



CONDICIONES QUE ACTIVAN LA ARGUMENTACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN CLASE

CONDITIONS THAT ACTIVATE THE ARGUMENTATION OF THE MATHEMATICS TEACHER IN CLASSROOM

Jorge A. Toro, jandres.toro@udea.edu.co
Universidad de Antioquia,
Medellín, Colombia

Walter F. Castro, walter.castro@udea.edu.co
Universidad de Antioquia,
Medellín, Colombia

RESUMEN

¿Cuáles son las condiciones que activan la argumentación del profesor de Matemáticas durante la discusión de tareas en clase? En este artículo se presentan posibles respuestas a esta pregunta, en el marco de un estudio que pretende comprender la argumentación del profesor de Matemáticas en un ambiente habitual de clase. Para ello se presenta una fundamentación teórica sobre la argumentación en la clase de Matemáticas. Los datos forman parte de un estudio más amplio, los cuales se tomaron durante lecciones de clase de décimo grado (estudiantes de 15 a 16 años), mientras la profesora y sus estudiantes discutían tareas sobre trigonometría. Se discuten fragmentos de episodios de clase, donde se describen indicadores de las condiciones que podrían activar la argumentación del profesor.

PALABRAS CLAVE:

Argumentación; discurso; aprendizaje; conocimiento profesional; oportunidades de participación.

ABSTRACT

What are the conditions that activate the argumentation of the mathematics teacher during the discussion of tasks in the classroom? This paper presents possible answers to this question within the framework of a study that aims to understand the argumentation of the mathematics teacher in a typical classroom environment. For this, a theoretical background is presented regarding the argumentation in mathematics classrooms. The data are part of a more extensive study, which was taken during tenth-grade class lessons (students aged 15 to 16), while the teacher and her students discussed tasks on trigonometry. Fragments of class episodes are discussed, where indicators of the conditions that could activate the teacher's argumentation are described.

KEYWORDS:

Argumentation; discourse; learning; professional knowledge; participation opportunities.

1. Introducción

En los últimos años, la argumentación ha sido puesta en consideración por la comunidad de Educación Matemática (Stylianides, Bieda y Morselli, 2016), por cuanto es esencial en la construcción del conocimiento (Metaxas, 2015) en la que se tiene en cuenta una apreciación individual y una contribución a un proceso de comunicación (Knipping y Reid, 2015). También ha recibido atención por parte de instituciones encargadas de la organización y planeación de estándares. Por ejemplo, los *Common Core State Standards for Mathematics* (Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2010) han descrito ocho estándares para la práctica matemática, uno de los cuales plantea “construir argumentaciones correctas y criticar el razonamiento de otros” (CCSSI, 2010, p. 6). Este estándar invita al profesor a promover en sus estudiantes el planteamiento de conjeturas, el reconocimiento y uso de contraejemplos, la justificación y comunicación de conclusiones, la comparación y la eficacia de argumentos plausibles, y la construcción de argumentos usando referentes concretos tales como objetos, dibujos, diagramas, acciones, entre otros.

Considerar estas declaraciones indica que la tarea del profesor es cada vez más compleja (Selling, García y Ball, 2016). Algunas investigaciones han tenido como propósito estudiar cómo el profesor de Matemáticas puede acercarse a tal fin. Por ejemplo: cómo los profesores pueden apoyar la argumentación colectiva a través de contribuciones a los componentes de un argumento (en el sentido del modelo de Toulmin, 2007); qué preguntas plantean para impulsar estos componentes y las acciones de apoyo que utilizan para facilitar el desarrollo de un argumento (Conner, Singletary, Smith, Wagner y Francisco, 2014); cómo pueden orquestar la discusión en clase a través del uso de tareas matemáticas guiadas por la argumentación, de manera que la “cultura de la argumentación” pueda formar parte del contexto de clase (Boero, 2011); cómo pueden ser estratégicos con sus elecciones, de manera que aprovechen la argumentación como práctica profesional y ofrezcan a los estudiantes oportunidades para desarrollar una comprensión de la argumentación como una práctica de aprendizaje (Staples y Newton, 2016); cómo pueden gestionar sus clases para promover la argumentación (Solar, 2018); cómo pueden diseñar tareas teniendo en cuenta diferentes elementos para crear una situación conflictiva, crear una situación de colaboración y proporcionar un dispositivo para verificar conjeturas, pues aunque la argumentación es de ayuda para el aprendizaje, es difícil de sostener (Prusak, Hershkowitz y Schwarz, 2012), y cómo utilizan la noción de

esquemas de argumentación junto con el modelo de Toulmin (2007) para analizar sus argumentos y dar pistas sobre el conocimiento profesional (Metaxas, Potari y Zachariades, 2016).

De esta forma se reconocen avances respecto al papel del profesor, tales como apoyar la argumentación, orquestar la discusión, brindar oportunidades, diseñar tareas o analizar la estructura de los argumentos. No obstante, se considera que poco se conoce aún sobre aspectos asociados a la argumentación del profesor. Cuestiones como ¿podría hablarse sobre qué argumenta el profesor en clase?, ¿cuáles son las características de la argumentación del profesor?, o ¿cuáles condiciones activan la argumentación del profesor de Matemáticas en clase?, intentan ser abordadas en la investigación de la cual desprende este artículo. Respecto a las dos primeras preguntas, algunos resultados han sido discutidos en otras contribuciones (Toro y Castro, 2019a, 2019b) y la tercera pregunta es la que dirige el presente artículo. De manera específica, en este documento se muestra cómo identificar condiciones que activan la argumentación del profesor de Matemáticas durante la discusión de tareas en clase. A partir del análisis de episodios de una lección de clase de trigonometría de una profesora de décimo grado (estudiantes de 15 a 16 años) en la ciudad de Medellín (Colombia) se hace ilustración de tales condiciones.

2. Fundamentación teórica

En este trabajo se considera la argumentación en la clase de Matemáticas como un acto complejo destinado a resolver una diferencia de opinión, en el cual interesa convencer acerca de la aceptabilidad de un punto de vista a través de la justificación o refutación; advierte una dimensión comunicativa, una interaccional y una epistémica, y tiene lugar cuando profesor y estudiantes discuten tareas durante el desarrollo de la lección. Considerar la argumentación bajo ese supuesto, consiste en concebirla como un tipo de actividad con propósito o intencionada, de modo que la actividad es reconocida como un proceso cuya representación es el uso del lenguaje; en ese sentido, la estructura de la constelación de los productos específicos debe analizarse como actos de habla que hacen parte de la resolución de diferencias de opinión (Santibáñez, 2015).

La argumentación surge en respuesta a, o en anticipación a, una diferencia de opinión, la cual no necesariamente toma la forma de un desacuerdo, disputa o conflicto, sino que hay una parte que tiene una postura y otra parte que tiene dudas sobre si aceptar o no dicha postura (van Eemeren et al., 2014).

En la clase de Matemáticas, la diferencia de opinión se reconoce cuando hay dudas o preguntas sobre una aseveración, indicación o explicación del profesor, o dudas sobre una respuesta o procedimiento diferente al presentado por el profesor, o diferentes respuestas a una tarea en el trabajo de los estudiantes.

A diferencia de otros actos de habla complejos como los de aclarar, amplificar o explicar, en la argumentación interesa la aceptabilidad (van Eemeren y Grootendorst, 2011), es decir, el argumentador defiende un punto de vista, que alude a cierto conocimiento de las matemáticas, ante un destinatario que tiene dudas respecto a la aceptabilidad o que tiene un punto de vista diferente, y busca convencerlo recurriendo a la justificación o a la refutación. Se proponen, además, tres dimensiones y acciones específicas: la comunicativa, referida a acciones que involucran aseveraciones, preguntas, gestos y expresiones; la interaccional, expresada en acciones que incluyen la participación, los medios y normas de clase, convencer y discutir; y la epistémica, indicada en acciones como el tratamiento del objeto matemático, conceptos y definiciones, retomar otras lecciones, tratamiento de errores, procedimientos y respuestas, justificar y refutar.

Para identificar episodios de lecciones de clase de Matemáticas donde se pueda reconocer la argumentación del profesor, se ha dispuesto del uso de los términos *intervención argumentativa* y *cierre*. La intervención argumentativa marca el inicio del episodio en donde se explicita la diferencia de opinión por parte del profesor o de un estudiante, y en el cierre se concluye la diferencia de opinión por parte del profesor. En el episodio, el profesor busca convencer a sus estudiantes a partir de su punto de vista, cuando recurre a su conocimiento y a su experiencia profesional.

Adicional a lo anterior, se retoman las condiciones que deberían darse en la clase de Matemáticas para el desarrollo de la argumentación de los estudiantes (Solar y Deulofeu, 2016). A través de análisis de clases de profesores, Solar y Deulofeu (2016) concluyen que mínimamente deberían darse tres condiciones: estrategias comunicativas, tarea matemática y plan de clase. Respecto a las estrategias comunicativas, refieren a las oportunidades de participación, la gestión del error y el tipo de preguntas. Sobre la tarea matemática, comentan la importancia de tareas abiertas, donde no necesariamente haya un único resultado o donde el procedimiento de solución requiera de diferentes estrategias, no solamente formales, de manera que se puedan promover distintos puntos de vista y discusión entre los

estudiantes; difieren con las tareas cerradas, pues al haber un algoritmo estándar, se podría dificultar la argumentación. Y respecto del plan de clase, exponen que no solo basta con una tarea matemática abierta, sino que se requiere de la gestión del profesor, el cual debe prever la discusión e intervenir a través de acciones específicas y preguntas; la anticipación de respuestas, los procedimientos o posturas de los estudiantes, la anticipación de procesos argumentativos y las acciones del profesor, forman parte de los indicadores de esta condición.

Dado el propósito y objeto investigativo del presente artículo, se retoma la idea general de la propuesta de Solar y Deulofeu (2016), pero haciendo algunas adaptaciones e incluyendo una cuarta condición, resultado de análisis previos y que refiere al conocimiento profesional en términos de conocimiento didáctico-matemático (Pino-Fan, Assis, y Castro, 2015). El profesor es una variable muy importante en la gestión de la argumentación en clase, y debe recurrir tanto a su conocimiento como a su experiencia para gestionar la formación matemática de los estudiantes. De esta forma, se reconocen las siguientes condiciones que activan la argumentación del profesor durante la discusión de tareas en clase: estrategias comunicativas e interactivas, enfoque de la lección, enfoque de la tarea y conocimiento profesional. Los indicadores de cada dimensión emergen del análisis respectivo.

Finalmente, la preocupación por la discusión y la participación en la clase de Matemáticas, en particular por la discusión de tareas, está asociada a la forma en cómo se concibe el aprendizaje en esta investigación, esto es, desde una perspectiva participacionista (Krummheuer, 2011; Sfard, 2008), en la cual el aprendizaje se conceptualiza como la participación en el discurso de clase, donde las personas pasan de la participación en actividades implementadas de manera colectiva, a formas similares realizadas sin ayuda.

3. Método

El presente artículo forma parte de un estudio más amplio, el cual corresponde a una investigación con un enfoque interpretativo de corte cualitativo, en el cual se utiliza la observación como herramienta para la recolección de los datos. Lo anterior significa que se pretende explorar y describir ambientes y situaciones en la clase de Matemáticas, así como producir interpretaciones en profundidad, de manera que se puedan analizar las acciones individuales y colectivas del profesor y sus estudiantes mientras discuten tareas en clase.

Los episodios aquí reportados tuvieron lugar en una clase con 32 estudiantes de sexo femenino de décimo grado, de una institución educativa de carácter público en la ciudad de Medellín (Colombia). La profesora, protagonista de la investigación, en adelante Emma (seudónimo), estuvo de acuerdo en ser parte del estudio. Ella cuenta con diez años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas y cuenta con formación en magister en Educación Matemática. Los estudiantes suelen estar acostumbrados a participar en las lecciones de clase y no era la primera vez que formaban parte de un estudio empírico con un interés investigativo. El primer autor actuó como observador no participante y no colaboró en la planificación de las tareas presentadas durante las lecciones de clase observadas. Emma contó con autonomía en la preparación de sus lecciones, pues se pretendía observarla en su ambiente habitual de clase. Las lecciones de clase fueron grabadas en audio y video, la cámara de video tuvo siempre en primer plano a Emma, bien cuando se dirigía a todos los estudiantes o bien cuando trabajaba con un pequeño grupo de estudiantes.

En este artículo se presenta, a manera de ejemplo, el análisis de cuatro episodios durante una lección de clase, los cuales tuvieron lugar mientras Emma y los estudiantes (se utilizan seudónimos) discutían la tarea: *Con ayuda de la calculadora y con el círculo unitario, calcula el seno, coseno y tangente de 70° y 80° .* El interés investigativo está en la argumentación, por lo que los datos obtenidos constituyeron las transcripciones de las discusiones de todas las lecciones. Cada lección fue transcrita y discriminada por turno, participante e intervención. Para identificar los episodios de análisis en cada una de las lecciones se hizo un rastreo en cada uno de los turnos, tanto del profesor como de los estudiantes, de las intervenciones argumentativas y de los respectivos cierres a estas, lo cual indica el inicio y el fin de la argumentación. Luego se procedió a identificar qué condiciones activaron la argumentación de Emma en los diferentes episodios, para ello se realizó un rastreo por las diferentes intervenciones en el episodio, para reconocer allí alguna de las cuatro condiciones descritas en la fundamentación teórica. Además, se consideró oportuno indicar en cada episodio las intervenciones argumentativas, los cierres y las diferencias de opinión, para que logran ser representativos de la argumentación. Lo anterior será presentado en el siguiente apartado y permite dar cuenta del objetivo aquí propuesto.

4. Análisis de datos y resultados

A continuación, se presentarán los episodios, acompañados de la respectiva interpretación, que

permitirá presentar algunos resultados sobre el objetivo del artículo. El primer episodio tiene lugar mientras Emma da indicaciones sobre la manera de proceder en la tarea, hay una pregunta de una estudiante que parece sorprenderla y es interesante discutir su reacción. Vale la pena mencionar que otras tareas habían sido desarrolladas antes en la misma lección.

[81] Emma Luisa, me lees por favor el cuarto punto de la actividad, que es lo que nos falta por hacer... Devolvámonos a la actividad, todas, ¿qué es lo que nos hace falta por hacer? Ya completamos la tabla, hicimos la construcción de los dos triángulos, ¿qué es lo que nos hace falta?

[82] Luisa [Leyendo de su cuaderno] "Con ayuda de la calculadora y con el círculo unitario, calcula el seno, coseno, tangente de C y D".

[83] Emma Listo, entonces por acá Luisa nos ayudó, vamos a hacer todas un plano cartesiano.

[84] Ana ¿De cuánto?

[85] Emma Cada una dice de cuánto lo quiere hacer, pero la idea es que por todos lados mida lo mismo. Usted lo va a hacer del tamaño que quiera, vas a hacer un plano cartesiano del tamaño que quieras, ¿tú quieres que llegue hasta 5? Que llegue hasta 5... que llegue hasta 6... o sea del tamaño que tú lo desees. [Procede a realizar la construcción en el tablero].

La intervención argumentativa se reconoce en [84] en una pregunta de una estudiante que plantea una duda respecto a la indicación dada por la profesora, y el cierre se identifica en [85], en donde Emma, además de responderle a la estudiante, hace algunas precisiones respecto al plano cartesiano. Es un episodio donde se identifica la argumentación, pues hay una diferencia de opinión enunciada a través de una duda presentada por Ana en [84], a la que sigue una intervención de Emma, no solo dirigida a la estudiante que hizo la pregunta sino a toda la clase.

En relación con las condiciones que activaron la argumentación del profesor en este episodio, se

resaltan en un primer momento las estrategias comunicativas e interactivas a través de una pregunta de una estudiante que manifiesta tener dudas respecto a la indicación dada por Emma, y en un segundo momento, el enfoque de la lección, pues la profesora parece estar atenta a las preguntas de las estudiantes y en cómo utilizarlas como pretexto para discutir cómo debe construirse un plano cartesiano. La expresión “usted lo va a hacer del tamaño que quiera”, parece sugerir una intención educativa de la profesora, promover la toma de decisiones en sus estudiantes, y la expresión “la idea es que por todos lados mida lo mismo” advierte una posible norma consensada en clase.

Un segundo episodio, el cual tiene lugar algunos turnos después del anterior, ilustra una situación que suele ser común en la clase de Matemáticas: “mi figura no es igual a la de la profesora”.

[106] Emma [...] Lo que pasa es que yo entiendo la confusión de algunas, hay algunas que esta línea [indica un lado del triángulo en el tablero], este lado del triángulo no les está coincidiendo con la cuadrícula, eso no quiere decir que el triángulo esté malo, todas van a tener medidas diferentes, ¿lo único que vamos a tener todas en común qué es?

[107] Estudiantes El triángulo [risas].

[108] Emma Todas estamos construyendo un triángulo, pero ¿qué cosas del triángulo?... El ángulo, todas vamos a tener en común el ángulo porque partimos del ángulo de 70° , ya algunas van a tener el triángulo más grande, más pequeñito, a algunas les va a coincidir con la cuadrícula y a otras no [...]

En este episodio la diferencia de opinión puede inferirse de la intervención de Emma en [106], quien parece haberse percatado de algunas dudas de las estudiantes respecto a la construcción que han realizado. Esa misma intervención coincide con la intervención argumentativa, donde Emma trata de hacer explícito cuestiones que ameritan cuidado en la clase de Matemáticas, lo cual se infiere de la pregunta ¿qué cosas? (¿qué es un triángulo?, ¿qué es un ángulo?, ¿cómo construir un ángulo?), para llamar la atención sobre los diversos objetos matemáticos que están

implícitos en un triángulo y que deben ser reconocidos y nombrados para determinar los referentes comunes sobre los cuales se basa la discusión. Puede hablarse de una argumentación por parte de la profesora, pues se reconoce su interés no solo por presentar una explicación, la cual según la postura teórica asumida acá dista de una argumentación, sino por tomarse el trabajo de prestar la atención y el cuidado necesario a situaciones de clase donde las estudiantes parecen mostrar inquietud, en este caso en [106].

El enfoque de la lección y de la tarea, y el conocimiento profesional, se reconocen en este episodio como las condiciones que activaron la argumentación de Emma. La intervención argumentativa de Emma se debe a que ella es capaz de identificar la necesidad de poner en discusión cuestiones que causan dudas en las estudiantes. La profesora reconoce que la figura hecha por las estudiantes y su ubicación en relación con la cuadrícula puede estar causando un conflicto de significado para ellas; el procedimiento de solución de la tarea que se ha llevado, en este caso la construcción de un ángulo específico en donde surgen dudas en las estudiantes, es considerado un indicador del abordaje de la tarea; y el tratamiento de objetos matemáticos –ángulo, medida, construcción de triángulos–, en donde manifiesta que es conveniente establecer los términos de referencia y determinar las comprensiones de los estudiantes como requisito para establecer los términos de discusión.

Se pasa ahora a un tercer episodio, en el cual una respuesta de una estudiante, que no es la esperada por la profesora, marca el inicio de una situación de clase en donde se reconoce la argumentación.

[108] Emma [...] Listo muy bien, así rápido sin pensar mucho, ¿cuánto tiene que medir este ángulo? [Señala un ángulo en el tablero].

[109] Clara 90°

[110] Emma ¡Oigan!

[111] Estudiantes [Risas].

[112] Estudiantes [Algunas dicen 45° , otras 70° y otras 30°].

[113] Avril 20°

[114] Emma 20° . ¿Por qué?

[115] Avril Porque 70° más 90° serían 160° y 20° es 180°

[116] Emma Muy bien [...]

En este episodio hay dos intervenciones de Clara y Emma, [109] y [110], que podrían ser consideradas como la intervención argumentativa, y las intervenciones [115] y [116] corresponderían al cierre. Se puede observar una argumentación que, aunque liderada por Emma, cuenta con la participación de las estudiantes. De hecho, una justificación es presentada por Avril y Emma actúa como validadora de la misma. Se identifica una diferencia de opinión en la intervención de Clara en [109] y luego de algunas estudiantes en [112], que no presentan la respuesta esperada por la profesora. Parece que algunas expresiones propias de la profesora en particular (“¡Oigan!”), son alertas para las estudiantes, quienes señalan que algo no está bien en la respuesta de Clara. Dicha expresión parece indicarles a las estudiantes que hay un error, sin necesidad de que sea expresado por Emma en una aseveración. Ello parece evidencia de un refutador no explícito, cuya naturaleza y estudio no forman parte de este artículo.

En el turno [113], Avril plantea la respuesta correcta, lo cual es seguido por una aprobación por parte de la profesora, pero parece ser importante para Emma que las estudiantes se convenzan de dicha respuesta, razón por la cual pide una justificación. Este episodio permite conjeturar que si bien puede identificarse la argumentación de la profesora en diferentes situaciones, también puede reconocerse argumentación por parte de los estudiantes y, aunque el interés del estudio no era indagar sobre cómo el profesor favorece la argumentación, se reconoce un vínculo entre lo que la profesora expresa en su discurso relacionado con la argumentación y en cómo ese mismo discurso tiene un interés educativo de favorecer la argumentación en lecciones de clase. Son indicio de lo anterior la intervención presentada en [110], en la cual hay ciertas expresiones que parecen advertir un error e invitan a las estudiantes a presentar otras respuestas; la intervención dada en [114], en la cual Emma aprueba y solicita una justificación, y la intervención [116], en la cual valida lo expresado por las estudiantes.

Las estrategias comunicativas e interactivas representadas por la gestión del error y el conocimiento profesional representado en las formas de justificar y refutar, se reconocen como condiciones que activaron la argumentación en este episodio. Sobre la gestión del error, se identifica en la intervención [110] y [114] una expresión y una pregunta, que funcionan como indicación de un error y superación de este, respectivamente. Parece ser importante para Emma no solo declarar un error, sino que sean las estudiantes

mismas quienes presenten la respuesta esperada y la justificación a dicha respuesta. Y en relación con las formas de justificar y refutar, se identifica que no es Emma la que presenta la justificación y que diferentes expresiones pueden servir de refutador en una lección de clase.

Finalmente, en un cuarto episodio, el cual es particularmente interesante, Emma parece adelantarse a una situación que podría presentarse en el procedimiento de solución de la tarea, pues ella ha observado que las estudiantes se confunden cuando no obtienen la misma figura, como sucedió en los episodios uno y dos.

[138] Emma Listo, entonces voy a suponer el siguiente caso. Resulta que, en mi construcción, yo voy a hacer... entonces... el seno de 70° . En mi construcción con mi regla a mí me midió 3.8 centímetros, supongamos, el lado opuesto y la hipotenusa, que en este caso sería el radio... sería 4. Con mis medidas, entonces, yo me voy a mirar el seno de 70° , va a ser igual... ¿qué tengo que hacer?... La división entre 3.8 y 4, entonces hacemos las divisiones, 3.8 dividido 4. Lo vamos a convertir a números enteros, ¿entonces me quedaría cuánto?

[139] Ana 38 dividido 40.

[140] Emma 38 dividido 40. ¿Cuántas veces está el 40 en el 38?... Tengo que agregarle un 0, pero eso me genera el 0 en el cociente y la coma, entonces, ¿el 40 cuántas veces está en el 380?... Ya cada una tiene que hacer las operaciones con los datos que tienen.

[141] Sara Profe, ¿y si los dos me dan lo mismo? O sea, cateto opuesto y la hipotenusa...

[142] Emma Debes ser muy precisa, medir exactamente, porque aquí el milímetro hace la diferencia. Muéstrame [Emma se acerca a Sara a verificar su procedimiento y las demás continúan haciendo la tarea]. Ahí la diferencia es de

2 milímetros. [Dirigiéndose a todas] Estudiantes, pilas con esto, porque acá tenemos que ser muy precisas, no es que “ah es que la diferencia es 1 milímetro”, el milímetro hay que contarle, listo. [...] ¿Cómo sabemos que si está bien hecha la operación?

[143] Estudiantes Con la calculadora.

[144] Emma Con la calculadora, ¿qué vamos a poner en la calculadora?... El seno de 70° [...] ¿Cuánto les dio la operación en la calculadora?

[145] Estudiantes [Unas dicen 0.91, otras 0.95 y otras 0.97].

[146] Emma [Se dirige al puesto de algunas estudiantes] [...] Tengan en cuenta lo siguiente: la calculadora me da a mí un valor... pues no es un valor exacto, porque ese es un decimal infinito no periódico, es un número irracional. Sin embargo, ustedes lo están haciendo a partir de las aproximaciones, estamos aproximando los números a partir de lo que les muestran a ustedes los instrumentos de medida. Pues la idea es que el resultado de esta división a usted le dé algo cercano a lo que aparece en la calculadora, si la calculadora a usted le está mostrando que es 0.94 [respecto al valor exacto de $\text{Sen}70^\circ$]... si hacemos la aproximación y a usted le dio 0.70, ¿será que lo tiene bueno? No, está malo, entonces hay que devolverse a ver cuáles fueron las operaciones que se hicieron malas o las mediciones.

Inicialmente hay una primera intervención argumentativa en [138] declarada por Emma, quien ambienta una situación hipotética que parece situar a las estudiantes en un posible procedimiento de la tarea, y en la siguiente intervención en [140] presenta un primer cierre a dicha intervención; pero a partir de dicho cierre hay una pregunta de una estudiante en [141], a la cual Emma presenta un nuevo cierre en [142]; y luego hay una tercera intervención argumentativa por parte de las estudiantes en [145] que origina un tercer cierre en [146], el cual recoge los cierres e intervenciones anteriores. La diferencia de opinión

es reconocida en tres intervenciones, la primera en [138], en la que Emma se adelanta a prever posibles errores pues ha observado ciertas dificultades de las estudiantes (episodios 1, 2 y 3), la segunda en [141], en una pregunta de una estudiante que manifiesta tener una duda sobre una posible respuesta y la tercera en [145], en diferentes respuestas a un mismo procedimiento de solución.

Respecto a las condiciones que activaron la argumentación en este cuarto episodio, se señala: (1) el conocimiento profesional a través del tratamiento de objetos matemáticos [138, 141, 145], en este caso número entero, número irracional, triángulo rectángulo y razón trigonométrica; (2) el enfoque de la tarea a través del procedimiento de solución de la tarea [138], y (3) las estrategias comunicativas e interactivas a través de una pregunta de una estudiante en [141] y de Emma en [142], y de la gestión del error en [145]. Cuando se afirma que la profesora pone en juego su conocimiento profesional nos referimos al conocimiento que la profesora ha adquirido a través de los años y que le permite determinar posibles errores, confusión en los términos, falta de precisión en los cálculos, o hacer afirmaciones sin tener los elementos suficientes para soportarlas.

5. Conclusiones

Se hace notar la forma en cómo fueron analizados los episodios, que además de ser el reflejo de un ambiente habitual de una lección de clase de Matemáticas donde una profesora discute tareas con sus estudiantes, permite poner en consideración aspectos que ameritan un tratamiento especial en la investigación, en este caso la argumentación. Un experto en análisis de la estructura de un argumento, en particular del modelo de Toulmin (2007), podría aseverar que no hay argumentación. Sin embargo, lo que se ha presentado en los análisis de los datos y en la interpretación de estos, permite plantear y presentar a la comunidad de Educación Matemática otra forma de analizar la argumentación que despliega un profesor en una clase de Matemáticas, así como también asumir la argumentación en la clase de Matemáticas, en este caso con el pretexto de indagar por cuestiones asociadas al profesor. Los resultados permiten afirmar que en dicho proceso de argumentación intervienen aspectos comunicativos, interaccionales y epistémicos, además de intenciones, propósitos educativos, así como aspectos asociados a condiciones contextuales.

Uno de tales aspectos refiere a las creencias que la profesora tiene sobre la enseñanza de la Matemática. Si bien en esta investigación no se estudia, es una

característica que ha surgido durante el estudio y que amerita ser reconocida y puesta en relación con los aspectos comunicativos, interaccionales y epistémicos. Un profesor con una postura no formal sobre las matemáticas, o “no transmisionista”, “promueve que los estudiantes resuelvan los problemas con sus propios métodos y los discutan con sus compañeros” (Schoen, LaVenía y Ozsoy, 2019, p. 6). La argumentación en la clase de Matemáticas no tiene existencia por sí misma, tan solo se activa si se dan condiciones especiales tanto por parte de los estudiantes como por parte del profesor. Las condiciones que activan la argumentación del profesor se han estudiado en este documento, pero aún han de investigarse las condiciones que activan la argumentación por parte de los estudiantes.

Respecto al objetivo de la investigación, los episodios que sirvieron de ilustración permiten identificar al menos cuatro condiciones que activan la argumentación del profesor: las estrategias comunicativas e interactivas, con indicadores como preguntas, oportunidades de participación y gestión del error; el enfoque de la lección, con las intervenciones argumentativas como indicador; el enfoque de la tarea, con el procedimiento de solución de la tarea como indicador, y el conocimiento profesional, con indicadores como el tratamiento de objetos matemáticos, retomar o prever lecciones, y las formas de justificar y refutar.

El interés por el estudio de la argumentación del profesor de Matemáticas va más allá de describir la argumentación: busca comprender sus componentes y las condiciones que la activan y que la distinguen de otras acciones tales como la comunicación, la interacción y la evaluación, y que una vez conocidas puedan ayudar a comprender el papel que tienen en la formación matemática de los estudiantes. En este documento intentamos hacer un análisis del discurso, propio para cada episodio; se aprecia que es difícil contrastar un episodio con otro, hay intervenciones ligadas con otras o propósitos de la profesora en común, por ejemplo, atender a una pregunta o un error cometido –o que podrían cometer– varios estudiantes.

Referencias

- Boero, P. (2011). Argumentation and proof: Discussing a "successful" classroom discussion. En M. Pytlak, T. Rowland, y E. Swoboda (Eds.), *Actas del 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 120-130). Rzeszów, Polonia: ERME.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Recuperado desde http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P., y Francisco, R. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framework for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 401-429. doi:10.1007/s10649-014-9532-8
- Van Eemeren, F., Grassen, B., Krabbe, E., Snoeck Henkemans, F., Verheij, B., y Wagemans, J. (2014). *Handbook of Argumentation Theory*. Dordrecht, Países Bajos: Springer.
- Van Eemeren, F., y Grootendorst, R. (2011). *Una Teoría Sistemática de la Argumentación. La Perspectiva Pragmadialéctica*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Biblos.
- Knipping, C., y Reid, D. (2015). Reconstructing argumentation structures: A perspective on proving processes in secondary mathematics classroom interactions. En A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping, y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 75-101). New York: Springer.
- Krummheuer, G. (2011). Representation of the notion "learning-as-participation" in everyday situations of mathematics classes. *ZDM Mathematics Education*, 43(1), 81-90. doi:10.1007/s11858-010-0294-1
- Metaxas, N. (2015). Mathematical argumentation of students participating in a mathematics-information technology project. *International Research in Education*, 3(1), 82-92. <https://doi.org/10.5296/ire.v3i1.6767>
- Metaxas, N., Potari, D., y Zachariades, T. (2016). Analysis of a teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. *Educational Studies in Mathematics*, 93(3), 383-397. doi:10.1007/s10649-016-9701-z
- Pino-Fan, L., Assis, A., y Castro, W. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456.
- Prusak, N., Hershkowitz, R., y Schwarz, B. (2012). From visual reasoning to logical necessity through argumentative design. *Educational Studies in Mathematics*, 79(1), 19-40. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9335-0>
- Santibáñez, C. (2015). Función, funcionalismo y funcionalización en la teoría pragma-dialéctica de la argumentación. *Universum*, 30(1), 233-252. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-23762015000100014>
- Schoen, R. C., LaVenía, M., y Ozsoy, G. (2019). Teacher beliefs about mathematics teaching and learning: Identifying and clarifying three constructs. *Cogent Education*, 6(1), 1-29. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2019.1599488>
- Selling, S., Garcia, N., y Ball, D. (2016). What does it take to Develop Assessments of Mathematical Knowledge for Teaching?: Unpacking the Mathematical Work of Teaching. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1), 35-51.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.
- Solar, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, 74, 155-176.
- Solar, H., y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema*, 30(56), 1092-1112. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13>
- Staples, M., y Newton, J. (2016). Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom. *Theory into Practice*, 55(4), 294-301. doi:10.1080/00405841.2016.1208070
- Stylianides, A., Bieda, K., y Morselli, F. (2016). Proof and Argumentation in Mathematics Education Research. En Á. Gutiérrez, G. Leder, y P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 315-351). Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.

Toro, J., y Castro, W. (2019a). Features of mathematics' teacher argumentation in classroom. En U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 336-337). Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Toro, J., y Castro, W. (2019b). Purposes of mathematics teacher argumentation during the discussion of tasks in the classroom. En M. Graven, H. Venkat, A. Essien, y P. Valero (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 458-477). Pretoria, Sudáfrica: PME.

Toulmin, S. (2007). *Los usos de la argumentación*. Barcelona, España: Ediciones Península.