

CARACTERÍSTICAS ARGUMENTATIVAS DE LA INTERPRETACIÓN DE TABLAS DE FRECUENCIA EN ESTUDIANTES CHILENOS DE SEGUNDO AÑO MEDIO

*ARGUMENTATIVE CHARACTERISTICS OF THE INTERPRETATION OF FREQUENCY
TABLES IN CHILEAN TENTH GRADE STUDENTS*

Carmen Paz González Venegas
carmen.pgonzalezv@gmail.com
Colegio Cardenal Juan Francisco
Fresno, Santiago de Chile, Chile

Rosa Muñoz Guajardo
rosa.munozg@usach.cl
Colegios Padre Hurtado y Juanita
de Los Andes, Santiago de Chile, Chile

Joel Muñoz Pardo
joel.munoz@ug.uchile.cl
Liceo Bicentenario Óscar Castro
Zúñiga, Rancagua, Chile

RESUMEN

La enseñanza de la estadística y probabilidad inicia en los primeros años de educación básica pues ambas ramas son necesarias para comprender e implementar el ciclo de investigación estadística desde la recolección de datos, su procesamiento, análisis y elaboración de conclusiones a partir de estos. Esta investigación cualitativa y descriptiva se centró en recoger información sobre las características argumentativas de la interpretación de tablas de frecuencia para datos agrupados, en estudiantes de segundo medio (15-16 años), lo cual es relevante pues la interpretación de este tipo de tablas conlleva a errores y problemas dentro del ciclo investigativo estadístico. Desde distintos análisis de interpretaciones de elementos estadísticos para los gráficos y adaptados a las tablas de frecuencia atingentes a esta investigación, se propusieron tres categorías para estas interpretaciones: racional, intuitivo y literal, de las cuales predominó el tipo racional consistente en utilizar conceptos y explicaciones matemáticas pertinentes, con la seguridad de que son los mecanismos adecuados para resolver problemas, generando argumentos con fundamentos matemáticos.

PALABRAS CLAVE:

*Frecuencia; tabla de frecuencia;
características argumentativas.*

ABSTRACT

The teaching of statistics and probability begins in the first years of primary school since both processes are necessary to understand and implement the statistical research cycle from data collection, data processing, data analysis and drawing of conclusions from these. This qualitative and descriptive research was focused on collecting information about the argumentative characteristics of the interpretation of frequency tables for grouped data, in students in their second year of high school (15-16 years), which is relevant because the interpretation of this type of this type of tables entails errors and problems within the statistical research cycle. From different analyzes of interpretations of statistical elements for the graphs and adapted to the frequency tables that are relevant to this research, three categories were proposed for these interpretations: rational, intuitive, and literal. The predominating category was the rational type, consisting of using relevant mathematical concepts and explanations, with the assurance that these are the suitable mechanisms for solving problems and generating arguments with mathematical foundations.

KEYWORDS:

*Frequency; frequency table; argumentative
characteristics.*

Recibido: 7 de septiembre de 2020 , Aceptado: 5 de marzo de 2021

1. Introducción y antecedentes

El desarrollo del pensamiento estadístico en la ciudadanía contribuye a alfabetizar a la sociedad desde una mirada crítica hacia la información, aportando elementos para que los individuos sean capaces de interpretar y analizar la información entregada a partir de gráficos, tablas, artículos publicados en los medios de comunicación o a través de redes sociales (Álvarez et al., 2020). Esta alfabetización estadística implica un conocimiento básico para que los individuos, además de ser consumidores críticos de información, puedan asumir roles de productores de la misma. Esto es, tal como lo afirma Tauber (2010), tener la capacidad de recoger y organizar datos estadísticos, tanto en tablas de conteo como en tablas de frecuencia y de contingencia.

Si bien el desarrollo del pensamiento estadístico tiene vital relevancia para la sociedad, este no ha estado ajeno a obstáculos o errores desde la mirada de la didáctica de la matemática, como lo han corroborado algunas investigaciones desarrolladas por Álvarez et al. (2020), quienes formularon una taxonomía de errores en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia. Sin embargo, ahora el foco está puesto en ver qué características verbales tienen estas interpretaciones, considerando que la enseñanza del pensamiento estadístico comienza desde los primeros años de la educación básica y se extiende hasta la educación media, de acuerdo a la propuesta del Ministerio de Educación (MINEDUC, 2018b).

Como la enseñanza de la Estadística es transversal en el currículo chileno, y es en particular en séptimo básico cuando se plantea el contenido específico referido a la interpretación de tablas de frecuencia y las habilidades argumentativas a desarrollar sobre esta interpretación, para asegurar que los informantes hayan abordado este contenido y habilidades quienes participaron en esta investigación cursan segundo año medio.

El artículo comienza con la identificación del hecho didáctico y como es abordado por algunos autores como Álvarez et al. (2020). Posteriormente se presenta el marco de referencia de la investigación, donde se explicitan los fundamentos teóricos que son la base del estudio y de las características argumentativas que se pueden encontrar en las interpretaciones de los estudiantes al interactuar con el medio didáctico "tablas de frecuencia". Luego se muestran los aspectos metodológicos utilizados para el estudio y la recolección de información necesaria para la elaboración del análisis final que permitió concluir algunas características generales de los argumentos entregados por los participantes a investigar.

2. Identificación del hecho didáctico

Las tablas de frecuencia son un elemento que tiene diversas utilidades y funciones. Sin embargo, el

propósito general se relaciona con entregar luces sobre el comportamiento global de las observaciones (Araneda et al., 2013).

Los autores anteriores mencionan tres propósitos fundamentales de las tablas de frecuencia. El primero se relaciona con resumir observaciones identificando patrones globales, el segundo se enfoca en organizar estas observaciones, considerando las tablas como un paso previo a las representaciones gráficas. Finalmente, el tercer propósito tiene que ver con la comunicación de la información, un conjunto de datos ordenados en una tabla de frecuencia permite comunicar la información obtenida y dar respuestas a preguntas de investigación ayudando a la extracción de conclusiones generales.

El último propósito cobra vital importancia para esta investigación, ya que se podría catalogar como el nivel máximo para completar este ciclo, analizando y concluyendo con la finalidad de responder preguntas argumentando sus respuestas y fomentando habilidades matemáticas (Araneda et al., 2013). En este sentido, la interpretación de las tablas de frecuencia queda catalogada como el hecho didáctico a estudiar, ya que a partir de la experiencia de los investigadores se muestra como una dificultad presente en los estudiantes. Lo anterior también queda de manifiesto en la investigación realizada por Guerrero y Torres (2017), en donde los autores mencionan una serie de errores que pueden cometer los estudiantes al interpretar tablas de frecuencia. Posteriormente estos errores propuestos fueron tomados en la investigación de Guerrero y Hernández (2019), quienes destacan algunos, como por ejemplo que encuentran relaciones inconsistentes entre las frecuencias de dos o más valores de la variable estadística, identifican cuando se elige valor de la variable cuantitativa, un representante del intervalo e identifican conclusiones que no concuerdan con los datos estadísticos proporcionados en la tabla de frecuencia presentada.

Considerando que los errores descritos solo se pueden reflejar a través de la argumentación de los estudiantes, ya sea de manera oral o escrita, se ha planteado el siguiente objetivo de investigación: Indagar cómo los estudiantes verbalizan la interpretación de una tabla de frecuencia. Para este objetivo, se asocia la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué características argumentativas están presentes en la verbalización de los estudiantes al interpretar una tabla de frecuencia?

3. Marco de referencia

La estadística es una rama de la matemática que ha tomado fuerza a medida que pasan los años, su utilidad va desde el orden en cómo se presenta la información hasta las decisiones que se pueden tomar de acuerdo con el análisis de los resultados que se obtengan con métodos estadísticos. Gracias a esta importancia creciente, es posible encontrar muchos

autores (Álvarez et al., 2020; Batanero, 1998, 2001; Curcio, 1981; Del Pino y Estrella, 2012; Friel et al., 2001; Wood, 1968) que entregan información sobre diversos aspectos o elementos estadísticos, y la comunidad de investigadores se fortalece y complementa cada día. Desde fines del siglo pasado se comenzó a incorporar en los distintos currículos educativos la estadística. Así, se potencia la visualización de esta en la vida cotidiana, su influencia en las distintas áreas del conocimiento y cómo, a través de ella, se desarrolla el pensamiento crítico (Batanero, 1998).

Según Batanero (1998), tanto el Instituto Internacional de Estadística y la International Association for Statistical Education, se han ocupado de los elementos didácticos, la formación de profesionales y los usuarios de la estadística. Es así como en la segunda mitad del siglo XX el trabajo de estas entidades fue mejorar la información estadística que estaba disponible sobre los países subdesarrollados. Con base en esa necesidad se potenció la preparación de personas en estos países. Considerando lo anterior, la enseñanza de la estadística fue progresando tanto en su contenido como en las demandas de la formación que entrega, la información que maneja la sociedad y la comprensión de técnicas que facilitan el análisis de los datos, así como su interpretación.

El elemento estadístico en el que se centra particularmente esta investigación es la “tabla de frecuencia”; se ha recopilado distinta información que gira en torno a este elemento, y se suman investigaciones que se encontraron sobre el elemento “gráficos estadísticos” como aportes complementarios de los cuales se pueden realizar analogías hacia la tabla de frecuencia.

Batanero (2001) menciona que la elaboración de tablas y gráficos estadísticos es sencilla y por eso existe poca dedicación a su estudio y enseñanza, en algunos casos. No obstante, cuando se construye una tabla de frecuencias existe una reducción estadística, dado que se pierden valores originales de los datos individuales y se pasa a una distribución de frecuencias. Lo anterior puede resultar complejo para los estudiantes, dado que comprende cualidades sobre los individuos, pero es más complejo entender la idea de distribución.

Entre los principales escritos que sostienen el análisis de este documento encontramos la investigación de Friel et al. (2001), quienes muestran niveles de habilidades que se requiere que desarrollen las y los estudiantes cuando deben interpretar gráficos. Pese a que su objeto es el gráfico estadístico, se rescata la importancia que previeron en la tabla de frecuencias al considerar que se necesita prestar atención a su uso como herramientas de transición para organizar la información representada gráficamente. En su investigación contrastaron estudios previos que proponían tres niveles de habilidades requeridas para responder preguntas referidas a gráficos. Sobre estos tres niveles, Wood (1968) menciona que

parecen estar relacionados con la comprensión de gráficos, nombrar, traducir, interpretar y extrapolar o interpolarlos. De acuerdo con la autora, la traducción requiere un cambio en la forma de comunicación, para interpretar se puede buscar relaciones entre especificadores de un gráfico, y al extrapolar o interpolar se perciben tendencias en los datos o se especifican las implicaciones que tiene en este proceso.

De esta manera se extrapolan estos niveles de comprensión de la información a niveles de comprensión de gráficos usando terminología de Curcio (1981) cuando se refieren a los niveles “leer los datos”, “leer entre los datos” y “leer más allá de los datos”. En particular usaron estos términos al clasificar preguntas que apelen a que las y los estudiantes se sientan llamados a “leer los datos” cuando la tarea proponga realizar básicamente una traducción de la información; o a “leer entre los datos” cuando la tarea proponga interpretar la información; o a “leer más allá de los datos” cuando la tarea proponga extrapolar/interpolar la información.

Álvarez et al. (2020) se apoyaron en el trabajo de Friel et al. (2001) cuando propusieron sus niveles de interpretación de gráficos estadísticos. En esa investigación también se tipifican las dificultades en la interpretación de tablas de frecuencia, pero no se presentaron para este objeto matemático niveles de interpretación. Basados en su trabajo, esta investigación realiza una propuesta de niveles de interpretación argumentativa de una tabla de frecuencia. Se presentarán tres niveles que incluirán refuerzos de Yepes (2011) en aspectos lingüísticos involucrados.

Nivel 1: Leer los datos

El primer nivel tiene relación con que el estudiante, al interactuar con el medio didáctico, en el caso de la investigación de Álvarez et al. (2020) con un gráfico, solo se demuestra una lectura literal, muy básica o superficial, poniendo énfasis en los elementos adquiridos visualmente. En este nivel no hay una interpretación de la información. En palabras de Pinzás (2008), una comprensión literal es cuando el foco del estudiante está puesto en el elemento con el que debe interactuar, remitiéndose a lo más superficial de este (colores, apartados, títulos, etc.). Un estudiante que se encuentre en este nivel puede estar condicionado con el medio, ya que según datos aportados por Olarte (1998) los profesores redujeron, en ese estudio, los niveles de comprensión y se enfocan en elementos literales, sin dejar espacio a que los estudiantes se enfrenten a la lectura de un texto desde sus habilidades propias y desde el análisis crítico.

Nivel 2: Leer dentro de los datos

Cuando un estudiante es capaz de leer entre los

datos, está utilizando estrategias de comprensión asociadas a las inferencias, las que se diferencian de una comprensión literal (nivel 1) ya que el estudiante está utilizando información entregada por el medio y estableciendo relaciones. En este sentido, Yepes (2011) menciona que una comprensión inferencial no es posible si la comprensión literal es pobre. Aquí se plantea cuán importante es el desarrollo de una buena comprensión literal como base de la comprensión inferencial.

Se hace una interpretación e integración de los datos presentados en el gráfico. Una lectura con mayor nivel de profundidad, pero solo hasta el punto de establecer relaciones entre los datos a partir de los conocimientos previos respecto a conceptos y destrezas matemáticas. Se establecen relaciones de orden entre frecuencias, se reconoce el tipo de variable de estudio y se identifica algún comportamiento de los datos a partir de medidas de tendencia central que se reconocen a simple vista (la moda) (Álvarez et al., 2020).

Nivel 3: Leer más allá de los datos

En palabras de Curcio (1981), en este nivel se requiere una extensión, predicción o inferencia que depende de los conocimientos previos para leer más allá de los datos. En los aportes de Friel et al. (2001), este nivel se relaciona con la habilidad de generación: “uno debe no solo procesar información en el documento, sino también hacer inferencias documentadas o proponer conocimientos previos personales” (p. 145). De acuerdo con Yepes (2011), la comprensión lectora es un proceso interactivo. Esto se aplica en este nivel respecto de la lectura y comprensión de una tabla de frecuencia en el sentido de que para realizar una interpretación “más allá de los datos” es necesario que la información o conocimientos previos que tiene el lector se complementen con la información que pueda rescatar de la misma tabla de frecuencia, y generar nueva información o darle mayor significado a los objetos que esta tabla contenga.

Lo referido a los contenidos y habilidades según nivel educativo será obtenido desde lo establecido por el MINEDUC (2012). En este planteamiento curricular, una de las habilidades que se busca desarrollar en la enseñanza de la matemática en Chile se relaciona con Argumentar y Comunicar, considerando lo que plantea el MINEDUC, esta habilidad apunta principalmente a que las alumnas y los alumnos de educación básica establezcan progresivamente “islotos deductivos”, es decir, cadenas cortas de implicaciones lógicas que les permitirán hacer predicciones eficaces en variadas situaciones concretas, esperando que en niveles superiores de la educación obligatoria logren utilizar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas. Al complementar lo anterior con

la estadística, nos encontramos con la siguiente definición: “una persona alfabetizada estadísticamente debería ser capaz de leer e interpretar los datos; usar argumentos estadísticos para dar evidencia sobre la validez de alguna información, (...) leer e interpretar tablas, gráficos y medidas de resumen que aparecen en los medios” (Del Pino y Estrella, 2012, p. 55).

Se debe tener en cuenta que esta investigación estará enfocada en la interpretación de los datos obtenidos a partir del instrumento desarrollado. Debido a esto, es necesario mencionar que desde la didáctica de la Lengua, interpretar algún elemento está relacionado con la comprensión de este. De aquí que Sánchez (1974, citado en Herrera et al., 2015) defina la interpretación como la acción de formarse una opinión u obtener alguna idea, es decir, presenta una relación profunda con la comprensión, ya que permite complementar lo entregado por el elemento a interpretar y la percepción de quien recibe el estímulo. De acuerdo con lo anterior, en esta investigación se definirá la interpretación de tabla una de frecuencia como el proceso de generar una idea, respuesta, significado o conclusión a partir de la lectura de la tabla; esta generación puede ser fundada directamente a partir de los datos de la tabla, o entre ellos, o complementada con conocimientos previos de quien realice la interpretación.

4. Metodología

El estudio adoptó un enfoque cualitativo desde el cual se analizaron las respuestas de los participantes frente a las preguntas de interpretación de tabla de frecuencias para datos agrupados.

4.1 Caracterización de las y los informantes para la exploración

Participaron un total 10 estudiantes de segundo medio, de entre 15 y 16 años: 4 estudiantes de la Región de Valparaíso, 1 estudiante de la Región Metropolitana y 5 estudiantes de la Región de O’Higgins. La elección de las y los participantes radicó principalmente en las posibilidades de accesibilidad de los investigadores, considerando la contingencia sanitaria. Para este estudio se contó con el consentimiento escrito o de palabra de profesores y estudiantes.

Para la elección del nivel escolar de las alumnas y alumnos, se tomaron en cuenta sus conocimientos en el ámbito del eje Datos y Probabilidades, y los contenidos que deberían haber adquirido durante los años de enseñanza básica. Esto se puede evidenciar con los contenidos curriculares como se muestra a continuación.

EJE 4 Datos y probabilidades			PROGRESIÓN 8 Datos y Probabilidades			
1° BÁSICO			2° BÁSICO			
OA_19			OA_20		OA_23	
Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre sí mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas.			Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas.		Realizar encuestas, clasificar y organizar los datos obtenidos en tablas y visualizarlos en gráficos de barra.	
			OA_21		OA_24	
			Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.		Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con dados y monedas, encontrando el menor, el mayor y estimando el punto medio entre ambos.	
OA_20			OA_22		OA_25	
Construir, leer e interpretar pictogramas.			Construir, leer e interpretar pictogramas con escala y gráficos de barra simple.		Construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, en base a información recolectada o dada.	
4° BÁSICO			5° BÁSICO		6° BÁSICO	
OA_25						
Realizar encuestas, analizar los datos y comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos.						
OA_26			OA_23		OA_23 (5° Básico)	
Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.			Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.		Calcular el promedio de datos e interpretarlo en su contexto.	
OA_27			OA_26		OA_24	
Leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, y comunicar sus conclusiones.			Leer, interpretar y completar tablas, gráficos de barra y gráficos de línea y comunicar sus conclusiones.		Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.	
			OA_24		OA_24 (5° Básico)	
			Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento, empleando los términos seguro - posible - poco posible - imposible.		Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento, empleando los términos seguro - posible - poco posible - imposible.	

Figura 1. Progresiones de Aprendizaje en Espiral y Orientaciones para su Implementación

eje Datos y Probabilidades.

Fuente: MINEDUC, 2018b.

En la figura anterior se puede extraer que las y los estudiantes deberían poseer conocimientos sobre recolectar y organizar información, interpretar gráficos y tablas, entre otros. Además, según su nivel educacional las alumnas y alumnos deberían conocer las tablas de frecuencia, los conceptos que estas presentan y a qué se refiere cada uno de ellos, considerando que cumplieron con la educación básica obligatoria, siendo promovidos a la enseñanza media.

4.2 Instrumento de recogida de datos

El instrumento diseñado por los investigadores, y aprobado por especialistas en el área, consistió en una tabla de frecuencias que muestra el avance

de los casos confirmados de COVID-19 durante los primeros 90 días desde que se dio a conocer el primer contagiado por coronavirus en Chile, el 3 de marzo de 2020. Los datos fueron obtenidos del 23° Informe Epidemiológico elaborado por el Ministerio de Salud de Chile (2020).

Se presentó en la tabla los nuevos casos confirmados de COVID-19 mediante datos agrupados en intervalos de 10 días. Esta tabla contiene las frecuencias absolutas, frecuencias acumuladas, frecuencias relativas, frecuencias relativas acumuladas, frecuencias relativas porcentuales y frecuencias relativas acumuladas porcentual de cada intervalo. Se menciona que se realizó esta tabla con base en los primeros 90 días, pues al tiempo de elaborar y aplicar

el instrumento, era la información más reciente a la que se tuviera acceso de forma fidedigna.

Instrumento:

Observa la siguiente tabla de frecuencias que informa el avance del COVID-19 en nuestro país. Lee las preguntas, respóndelas en los lugares y de la forma que más te acomode.

Tabla 1: Casos informados COVID-19 durante los primeros 90 días en Chile

Día	Frecuencia absoluta (Casos nuevos)	Frecuencia Absoluta Acumulada (Casos acumulados)	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Acumulada	Frecuencia Relativa Porcentual	Frecuencia Relativa Acumulada Porcentual
[1,10[23	23	0,0002	0,0002	0,02	0,02
[10,20[514	537	0,0054	0,0057	0,54	0,57
[20,30[2201	2738	0,0232	0,0289	2,32	2,89
[30,40[3763	6501	0,0397	0,0685	3,97	6,85
[40,50[4006	10507	0,0422	0,1108	4,22	11,08
[50,60[5516	16023	0,0582	0,1689	5,82	16,89
[60,70[12843	28866	0,1354	0,3043	13,54	30,43
[70,80[24751	53617	0,2569	0,5652	26,09	56,52
[80,90[41241	94858	0,4348	1,0000	43,48	100,00
Total	94858	94858	1,0000	1,0000	100,00	100,00

Fuente: MINSAL, 2020

Preguntas:

- ¿Qué información otorga el dato destacado en verde? ¿Qué significado tiene?
- Si tuvieras que explicarle a un amigo o amiga el significado del dato destacado en azul ¿qué le dirías?
- Tu amigo o amiga no entiende el procedimiento que utilizaste para explicar el significado de ese dato. Cuéntale cómo lo hiciste.
- ¿Qué te llama la atención de la tabla? ¿por qué?

Figura 2. Hoja de trabajo del estudiante.

Fuente: Elaboración propia.

4.3 Respuesta experta

A continuación, se proponen algunas respuestas expertas para las preguntas planteadas en el instrumento de recogida de datos, sin embargo, dada la naturaleza de estas, las respuestas podrían alejarse de la respuesta experta y aun así ser consideradas correctas.

1. ¿Qué información otorga el dato destacado en verde? ¿Qué significado tiene?

El dato destacado en verde indica la frecuencia relativa, en este caso concluimos que entre los días 70 y 80 se contagió una proporción de 0,26 personas del total.

2. Si tuvieras que explicarle a un amigo o amiga el significado del dato destacado en azul, ¿qué le dirías?

El significado que tiene el dato destacado en azul representa un porcentaje del total de los contagiados hasta un intervalo determinado. En este caso habría que explicar que del 100% de los contagiados durante los primeros 90 días, el 16,89% se contagió antes del día 60.

3. Tu amigo o amiga no entiende el procedimiento que utilizaste para explicar el significado de ese dato. Cuéntale cómo lo hiciste.

Esta es una respuesta variada. Una posible respuesta es comentar a la amiga o amigo cuál es la definición o forma de calcular la frecuencia relativa acumulada porcentual y dar paso a explicar su significado, como se expuso en la respuesta anterior.

4. ¿Qué te llama la atención de la tabla?, ¿por qué?

Esta es una respuesta variada: el enfocarse en el crecimiento de los contagios como casos confirmados en cada intervalo, en la concentración de porcentajes en algún intervalo, etc.

Las respuestas propuestas en esta sección tienen como finalidad sugerir una pauta dentro de los límites matemáticos e interpretativos en que se debería enfocar la respuesta de los alumnos que participaron en la investigación. Sirvió, posteriormente, para clasificar las respuestas emanadas de los informantes.

4.4 Alcances y limitaciones

Una posible complicación fue el tipo de representación de los valores de la tabla, por lo que se debió sopesar la posibilidad de que se agregara dificultad si los datos se presentan como decimales y no fracciones. Se determinó utilizar decimales pues es la forma en que tanto los textos escolares presentados por el MINEDUC como los planes y programas elaborados por la misma institución, presentan y trabajan las tablas de frecuencias con esta representación.

En el contexto de la pandemia por COVID-19, el país se encontraba en el mencionado Estado de Excepción Constitucional, que imposibilitaba el libre desplazamiento, además de la orden desde el MINEDUC de suspender las clases presenciales fomentando el teletrabajo. Esto repercutió en la facilidad de acceder a los estudiantes como informantes en el estudio, así como asegurar que recibieron, trabajaron y devolvieron el instrumento a los investigadores.

El instrumento consistió en una presentación de diapositivas que muestra finalidad de la investigación, el contexto de la tabla de frecuencia –pues el COVID-19 es un tema delicado de tratar debido al impacto social y económico que ha generado en familias chilenas.

4.5 La propuesta del instrumento

El instrumento de recogida de datos fue propuesto en un documento de presentación de diapositivas a los estudiantes que formaron parte de la muestra. En un primer lugar se presenta un saludo por parte de los investigadores y el propósito de la actividad. Posteriormente, se solicita observar la tabla de frecuencias presente en la figura 1 y luego, en diapositivas siguientes, se solicita responder las preguntas en los espacios asignados de forma oral y escrita.

Las preguntas planteadas en el instrumento están dirigidas a situar a los estudiantes en distintos escenarios de interpretación. A continuación, se presenta los niveles correspondientes a cada una de las preguntas, niveles tomados de lo planteado por Curcio (1981).

Tabla 1

Categorización de las preguntas del instrumento según Curcio (1981)
y Wood (1968)

Pregunta	Categoría según Curcio (1981)	Categoría según Wood (1968)
¿Qué información otorga el dato destacado en verde? ¿Qué significado tiene?	Según Curcio (1981), esta pregunta corresponde al nivel "Leer los datos".	De acuerdo con Wood (1968), el comportamiento que debiera predominar en las y los estudiantes para responder este tipo de pregunta es el de "traducción".
Si tuvieras que explicarle a un amigo o amiga el significado del dato destacado en azul, ¿qué le dirías?	Esta pregunta corresponde al nivel "Leer los datos", pues al mirar la columna de la frecuencia relativa porcentual acumulada se puede concluir la explicación solicitada.	El comportamiento que debiera predominar en quien responda es el de traducir, con el objeto de describir el elemento o concepto involucrado.
Tu amigo o amiga no entiende el procedimiento que utilizaste para explicar el significado de ese dato. Cuéntale cómo lo hiciste.	Según Curcio (1981), esta pregunta corresponde al nivel "Leer entre los datos", pues es necesario que enlace elementos de la tabla para explicar a su amiga o amigo.	De acuerdo con Wood (1968), el comportamiento que debiera predominar en las y los estudiantes para responder este tipo de pregunta es el de "integración", pues el enlace se debe realizar entre los datos para responder a la pregunta.
¿Qué te llama la atención de la tabla?, ¿por qué?	Según Curcio (1981), esta pregunta corresponde al nivel "Leer más allá de los datos".	De acuerdo con Wood (1968), el comportamiento probable en las y los estudiantes para responder este tipo de pregunta es el de "generar", pues es necesario que complemente su respuesta con ideas previas, para realizar contrastes o notar tendencias.

Fuente: Elaboración propia.

4.6 Categorías de análisis

Para analizar la interpretación de tablas de frecuencia realizada por los estudiantes, fue necesario establecer categorías de interpretación de los argumentos que estos entregaron. A partir del análisis general de las argumentaciones, se crearon 3 categorías con características específicas. Estas categorías siguen criterios propuestos originalmente por Curcio (1981), y que luego Álvarez et al. (2020) modificaron para el objeto “gráfico estadístico”. Con base en estos antecedentes, se propondrán 3 categorías modificadas y adaptadas para el objeto “tabla de frecuencia”, las que se presentan a continuación.

Tabla 2
Características de las categorías

Categoría	Características
C1 “Racional”	Una interpretación tiene características argumentativas “racionales” cuando utiliza vocabulario matemático, o aplica conceptos o procedimientos matemáticos de forma explícita o con la seguridad de que es atinente su uso para resolver un problema o contestar alguna pregunta.
C2 “Intuitiva”	Una interpretación tiene características argumentativas “intuitivas” cuando el vocabulario incluye conceptos matemáticos de forma implícita o sin la seguridad de que su uso sea atinente para resolver un problema o contestar alguna pregunta.
C3 “Literal”	Una interpretación tiene características argumentativas “literales” cuando el vocabulario utilizado es redundante con la misma pregunta o problema, o cuando no realiza conexiones con otros elementos de la tabla o con conocimientos previos para profundizar.

Fuente: Elaboración propia.

Para la presentación de los resultados de la investigación se procedió a categorizar las respuestas de los estudiantes según las características de sus respuestas. Para ello se realizó la abreviación de los estudiantes, pregunta y tipo de respuesta, como se muestra en el siguiente ejemplo:

E1_P3O

Estudiante 1_ Pregunta 3 Oral

(Para la última inicial, también puede utilizarse la letra E que corresponde a una respuesta escrita)

5. Resultados

5.1 Características racionales de la interpretación

Un punto principal para caracterizar los elementos racionales en la interpretación de tablas de frecuencia es considerar un vocabulario matemático correcto pues, como plantean Puga et al. (2016), al aplicar un lenguaje correcto y pertinente los docentes y estudiantes mejoran su diálogo, su comunicación, reflexión y comprensión. Las respuestas enmarcadas

son ejemplos de las categorías de argumentos.

Cuando se plantea la primera pregunta, “¿qué información otorga el dato destacado en verde? ¿Qué significado tiene?”, haciendo referencia a la frecuencia relativa, nos encontramos con estudiantes capaces de utilizar conceptos matemáticos para explicar sus respuestas; por ejemplo:

La frecuencia relativa es el cociente entre la frecuencia absoluta y el total de casos. Nos entrega información sobre cuánto del total equivalen los casos nuevos de estos días, en este caso, los casos nuevos de los días 70-80, es un 0,2609 del total de 94858. **E1_P1E.**¹

En el ejemplo anterior, podemos observar la explicación y el uso del concepto de frecuencia relativa. Esta explicación se manifiesta a través de la utilización de términos matemáticos como cociente, frecuencia absoluta y total de casos, elementos propios de la definición de frecuencia relativa.

¹ Todas las respuestas de los estudiantes ya sean orales o escritas, se plasman de forma textual, incluyendo los errores de ortografía.

Además, la ejemplificación que realiza el estudiante da a entender que asocia los datos con porcentajes, específicamente cuando menciona que entre los días 70 y 80 hay un 0,2609 del total de 94.858 casos contabilizados. A modo general se observa que el estudiante relaciona elementos de la tabla presentada con la finalidad de dar respuesta a la pregunta.

La categorización para esta pregunta se muestra también en las siguientes respuestas de los participantes del estudio:

<i>Es la frecuencia de contagias entre 70 y 80 días, 24751/94858. E7_P1E.</i>	<i>La información que otorga el dato destacado en verde es la frecuencia relativa la cual significa la tasa de nuevos casos diarios por Covid-19 entre el día 70 a 80. E9_P1E.</i>
--	---

Si bien las respuestas anteriores cumplen con los elementos definidos para la categoría 1, no se relacionan con la respuesta experta, pues no se evidencia una argumentación apoyada en el concepto de proporción.

Al analizar las respuestas que realizaron los estudiantes a la pregunta “si tuvieras que explicarle a un amigo o amiga el significado del dato destacado en azul, ¿qué le dirías? (refiriéndose a la frecuencia relativa porcentual acumulada), en primer lugar, se muestra que solo un estudiante responde la pregunta en función del planteamiento “explicarle a un amigo o amiga” y además asocia la frecuencia relativa acumulada a su definición.

<i>Que es la suma de las demás frecuencias relativas, y para que sea una frecuencia relativa acumulada porcentual el resultado de la suma tiene que ser multiplicado por cien. E6_P2E</i>
--

En segundo lugar, el resto de las respuestas observadas solo entregan información sobre el dato destacado en azul, asociando la frecuencia relativa porcentual acumulada a su definición. Algunos ejemplos se presentan a continuación:

<i>El número destacado con azul es el porcentaje de los casos hasta el día 60 con respecto a los casos totales. Aquí se ve que lo casos que hubo hasta el día 60 equivale al 16,8 por ciento de los casos totales. E1_P2O</i>	<i>El significado del dato destacado en azul es la-- es el porcentaje total de contagiados que hay entre el día 1 y el día 60 que es el día en el cual está destacado este dato. E10_P2O</i>
--	---

La tercera pregunta está enfocada en que el estudiante sea capaz de explicar el procedimiento que utilizó para conocer el significado del dato destacado en azul (correspondiente a la frecuencia acumulada relativa porcentual hasta el intervalo [50-60]). Se observa que las respuestas entregadas se enfocan en explicar el proceso que llevaron a cabo para determinar el valor de la frecuencia relativa acumulada porcentual, como se evidencia en las siguientes respuestas:

<i>Dividí el número de casos de contagios había hasta el día 60 con el total de los casos con el total de los casos y el resultado 0,16 lo multipliqué por 100 para ver el porcentaje final. E1_P3O</i>	<i>Solo hay que fijarse en que dice frecuencia relativa acumulada porcentual lo que nos dice que no son los caso acumulados hasta ese día, fi/N nos ayuda a calcular el porcentaje multiplicado por 100. E3_P3E</i>
--	--

Por último, la pregunta 4 se enfoca en determinar lo que llamó la atención de la tabla en los estudiantes. En este caso, quienes sostuvieron una argumentación racional a partir de un análisis de la tabla mencionaron lo siguiente:

<i>Me llama la atención cómo partiendo con 23 casos terminamos en 94.858 en 100 días, casi. Cómo después de los días 50 y 60 los casos ya se multiplican casi el doble y que los contagiados en los días 80 y 90 equivalen casi la mitad de los contagiados totales. E1_P4O.</i>	<i>Que cada diez días se duplican los casos según la tabla, llegando al 100% rápidamente. E8_P4O.</i>
---	--

5.2 Características intuitivas de la interpretación

Las respuestas a la pregunta 1, “¿qué información otorga el dato destacado en verde? ¿Qué significado tiene?”, que contienen características intuitivas, muestran evidencia de conocer u ocupar algunos elementos básicos y a través de ellos intentar relacionar y construir alguna idea, extraer alguna conclusión cierta, pero que muchas veces puede llegar a ser confusa o simplemente incorrecta. En la respuesta experta se planteaba asociar la frecuencia relativa acumulada a la probabilidad de que una persona se haya contagiado entre el día 70 y 80. Sin embargo, nadie de los que evidenciaron un proceso inductivo apuntó en esa dirección. En las siguientes respuestas se observa una interpretación acerca de la duplicación de los casos nuevos en un intervalo, respecto de su antecesor:

Que del día 70-80 se duplicaron los casos respecto a los 10 días anteriores. **E8_P10**

También, con respecto a la pregunta 1, se ve en las respuestas que los estudiantes obtienen una relación entre la cantidad de personas contagiadas y el total de casos mediante la división y una mezcla, que sugerentemente induce una razón que para el alumno "permite juzgar si esos casos son muchos o pocos en escala":

Para mi sería... el recuadro número verde, el número de veces que se repitió el suceso, pero también podría ser... no sé quizá, la muestra de alguna de la cantidad de personas contagiadas dividida con la suma de todos los casos nuevos. E3_P1E	La información que me otorga es que me es más fácil, porque me entrega la información de manera más visual, porque es una mezcla de la frecuencia y del total de datos y también me permite juzgar si esos casos son muchos o pocos en escala. E6_P1E
---	--

Para la pregunta 2, "si tuvieras que explicarle a un amigo o amiga el significado del dato destacado en azul, ¿qué le dirías?", se evidencia un análisis del comportamiento de los datos a medida que avanzan los días (se avanza de intervalo); los alumnos son capaces de ver este comportamiento en la tabla y a partir de eso proponer una explicación de la obtención del dato destacado en azul:

Lo que significa lo destacado en azul es la suma de la frecuencia relativa o sea que es la suma de algunas proporciones de los datos totales. E2_P2E.	Lo que hice fue fijarme donde dijera frecuencia relativa acumulada porcentual, porque eso nos indica que sería los datos acumulados hasta aquel día, en este caso sería 50, 60 días. E5_P2O.
--	---

En la pregunta 3 del instrumento de recogida de datos, donde se solicita explicar a un amigo o amiga que no entiende el procedimiento que se usó para explicar el significado de ese dato, también se evidencia la utilización de elementos de la tabla para construir una explicación que muestre cómo se procedió para desarrollar la idea del significado de la frecuencia relativa porcentual acumulada y no se sostiene la explicación en definiciones matemáticas asociadas; algunos ejemplos son:

Sumando las frecuencias de arriba hacia abajo, de la primera a la segunda, el resultado de la segunda sumado con la tercera y así consecutivamente. E2_P3E	Lo que hay que hacer para el porcentaje, o mejor dicho la frecuencia acumulada porcentual es ocupar la frecuencia relativa acumulada, como se ocupa pues, ocupamos los datos que hay en la frecuencia relativa acumulada y corremos dos espacios hacia la izquierda. E9_P3O..
---	--

Entre las respuestas a la pregunta 3 también se observaron características intuitivas, es decir, recurrían a ideas previas sin la certeza de que serían de utilidad para llegar a una respuesta o procedimiento correcto, o sin mostrar un vocabulario preciso matemáticamente hablando. Por ejemplo, en el proceso intuitivo fue posible observar que las y los estudiantes asocian el significado de la frecuencia relativa porcentual acumulada al porcentaje:

Yo le diría nos representaría en una forma de porcentaje la cantidad de casos totales acumulados que se encuentran en aquel día. E5_P3O.	Es la eh... frecuencia con la cual se generan los contagios a diarios. Eh... la frecuencia eh... relativa acumulada es la suma de todos estos datos. Eh.. en este caso eh... tenemos 0,1689 o 0,1689 [cero coma dieciséis ochentainueve o cero coma mil seiscientos ochentainueve]; esa cifra la convertimos en porcentaje y nos da la frecuencia relativa acumulada, en este caso 16,89. Este... operatoria se puede utilizar en todas las frecuencias relativas y frecuencias acumuladas para obtener todos los datos la frecuencia relativa acumulada porcentual. E9_P3O.
---	---

Por último, en la pregunta 4 que trata sobre qué les llama más la atención de la tabla, se tiene un par de ejemplos en los que logran observar un crecimiento exponencial de los casos nuevos de contagio en intervalos de diez días. Estos ejemplos poseen características intuitivas pues ocupan ideas previas sin tener la certeza de sus definiciones o de si están bien ocupadas (que en ambos casos no es así, cuando mencionan crecimiento exponencial).

<p>“Lo que más me llamó la atención fue que la frecuencia relativa, que no me acordaba mucho como era, además parece que nunca la había visto muy bien y gracias a esta encuesta, la investigué y pude entender un poco más y también me ayudó a ver el crecimiento exponencial que ha tenido el COVID 19 en Chile, eso fue lo que me llamó la atención. Muchas gracias por la encuesta y me gustó mucho participar.” E6_P40</p>	<p>Lo que me llama la atención es la forma en que los datos están ordenados, porque nunca los había visto así, me refiero los datos sobre el covid-19, ya que así es más fácil visualmente de ver el crecimiento y es exponencial el crecimiento. E6_P4E</p>
---	---

<p>Que todo está conectado con todo, y si un dígito esté malo probablemente todo lo esté. E3_P4E</p>	<p>Lo que me llama la atención de esta tabla de frecuencias es la: Frecuencia absoluta acumulada o mejor dicho como dice hay los casos acumulados: Por que como es posible que llegemos a esa cantidad de casos por el Covid-19. E9_P4E</p>
---	--

La siguiente tabla muestra un resumen de las categorizaciones de todas las respuestas recogidas durante la investigación.

Tabla 3
Resumen de preguntas en función de las categorías

Pregunta	Categoría 0 (respuestas que no se apegan a las categorías 1, 2 o 3)	Categoría 1	Categoría 2	Categoría 3
Pregunta 1	0	7	8	5
Pregunta 2	0	14	3	3
Pregunta 3	1	8	9	0
Pregunta 4	10	3	2	4
Totales de respuesta por categoría	11	32	22	12

Fuente: Elaboración propia.

5.3 Características literales de la interpretación

Como se mostró en el marco de referencia y en las categorías de análisis, existen lecturas que carecen de interpretación, y son solo una mención de los datos, como se evidencia en las siguientes respuestas a la pregunta 1 del instrumento de recogida de datos:

<p>Nos entrega información sobre cuánto del total de casos equivalen los nuevos casos de los días entre setenta y ochenta. Aquí sería el 0,26 de los casos totales. E1_P10</p>	<p>El dato destacado en verde significa que la frecuencia relativa entre los setenta y ochenta días fue de 0,6609. E4_P10</p>
---	--

Mismo fenómeno fue observado para la respuesta de la pregunta 2, en la cual existe una lectura del porcentaje que se asocia al valor de la frecuencia relativa porcentual acumulada:

<p>Que entre los 50/60 días la frecuencia relativa acumulada porcentual fue de 16,89. E4_P2E</p>	<p>Te representa en porcentaje la cantidad de casos acumulados hasta cierto día. E5_P2E</p>
---	--

Estas características literales no se encontraron en las respuestas de la pregunta 3. En la pregunta 4 pudimos evidenciar:

La Tabla 3 resume las características argumentativas que se evidenciaron en las respuestas sobre la interpretación de las y los participantes del estudio, según las categorías planteadas. La gran mayoría de las respuestas (32) se encuadra en la categoría 1 *racional*, recordando que se refiere, básicamente, al uso de vocabulario matemático, así como de procedimientos y definiciones de forma explícita. En la categoría 2, donde las características argumentativas son predominantemente *intuitivas* y los conceptos matemáticos se presentan de forma implícita o sin seguridad en su pertinencia, se encuentran 22 respuestas. Finalmente, en la categoría 3, *literal*, hay 12 respuestas donde el vocabulario es redundante a la pregunta misma o carece de conexiones con más elementos de la tabla. Las respuestas a la pregunta 4 no se apegan a las categorías propuestas, es por eso que fueron clasificadas en la categoría 0. Esta pregunta en particular apeló a qué aspecto de la tabla les pareció relevante, pero al identificar estos aspectos y al argumentarlos no se sostuvieron en elementos

matemáticos esperados, pues las y los participantes mencionaron impresiones personales.

6. Conclusiones y comentarios

Es posible categorizar las características argumentativas de la interpretación de tablas de frecuencia en tres grandes grupos: racional, literal e intuitivo. Las principales características *racionales* son el uso explícito de elementos matemáticos, aplicación correcta de procedimientos o identificación de conceptos relevantes a la pregunta que se quiera responder que apoyen la respuesta que la o el estudiante da. Los argumentos *intuitivos* contienen elementos matemáticos de forma implícita o tangencial, y existe inseguridad sobre la atingencia de procedimientos o vocabulario matemático-estadístico, lo que provoca que las respuestas de las y los estudiantes presenten argumentos débiles en rigurosidad o fundamentos matemáticos. Las principales características que posee un argumento para ser considerado *literal* son el uso redundante de vocabulario matemático, carencia de conexiones entre elementos provenientes de la tabla y el no recurrir a conocimientos previos. En particular, la calidad de los argumentos que pertenecen a esta categoría es baja respecto de los fundamentos matemáticos.

Curcio (1981) propone niveles de taxonomía para la comprensión de tablas, y es posible concluir que estos niveles pueden estar presentes en las tres categorías propuestas en este trabajo, es decir, un argumento *racional* con fundamentos matemáticos sólidos pudo provenir de una lectura directa de la tabla (primer nivel de Curcio), no necesariamente del nivel “leer más allá de los datos”. Esto se explica al considerar que la taxonomía de Curcio apunta a cómo comienza a actuar la o el estudiante al enfrentarse con un problema, mientras que las categorías planteadas son referentes a cómo finaliza el trabajo de la o del estudiante. Frente a esto, se propone analizar en nuevos estudios cómo afecta en los argumentos finales una lectura directa de los datos, entre los datos, o más allá de los datos, así como buscar afinidades entre categorías y niveles de comprensión de tablas.

Las y los estudiantes son capaces de entrelazar datos o activar conocimientos previos para poder complementar respuestas, cuando la pregunta es del tipo “leer entre los datos” o “leer más allá de los datos”. Pero cuando las preguntas están enfocadas en procedimientos o en observaciones individuales de cada uno de ellos, la categoría predominante es del tipo intuitiva.

Para la pregunta 3, se observa que no hubo respuestas que contengan características literales. Esta pregunta apela a que la o el estudiante pueda explicar su propio procedimiento. De acuerdo con la naturaleza de esa pregunta –que según Curcio (1981) es “leer entre los datos”– para realizar este tipo de tareas se requiere un comportamiento que integre la información obtenida desde la misma tabla; esta sería una razón de por

qué no hay características literales, sin embargo, es necesario realizar nuevas investigaciones enfocadas en este hecho.

Si bien se plantea una respuesta experta para cada una de las preguntas aplicadas en el instrumento, los estudiantes no lograron llegar a este nivel de desarrollo de sus respuestas, sin embargo, entregan luces y elementos que les permiten ser clasificados dentro de las diferentes categorías planteadas en la investigación. Es posible que la reducción estadística, expresada por Batanero (2001), tenga su impacto al perder valoraciones cuando se posee una distribución estadística y resulte complejo expresar una respuesta que se encuadre en las categorías propuestas.

Se puede concluir, a partir de la desconexión entre la respuesta experta y las entregadas por las y los estudiantes, que no se evidencia en sus respuestas una relación directa entre la probabilidad y estadística, ya que ningún estudiante logró explicitar el vínculo que tienen la frecuencia relativa acumulada y la probabilidad de obtener algún dato. En futuras investigaciones se podría estudiar la causa de este fenómeno, pues podría ser que desde el profesorado no se propicia esa conexión, las y los estudiantes de segundo medio no la relacionan una vez que conocen la regla de Laplace, u otro factor que se descubra.

Otro elemento importante que destacar es que las y los estudiantes no siempre son capaces de responder cabalmente lo que se les está preguntando y las respuestas son ideas generales. Esto puede verse principalmente en las preguntas metacognitivas cuyo propósito es que se hagan conscientes de los procedimientos que desarrollan para obtener resultados o para explicarlo a otro.

Es interesante la idea de que los argumentos literales se relacionan con una alfabetización estadística *en desarrollo*, la cual puede ser fortalecida con preguntas que apunten a “leer los datos”. Fomentar la seguridad sobre qué elementos, conceptos o procedimientos emplear para obtener un resultado conllevaría a una mejora en los fundamentos matemáticos estadísticos en las respuestas. Los argumentos racionales presentes en preguntas que apuntan a “leer los datos” o “leer entre los datos” reflejarían un avance en la alfabetización estadística, e idealmente se podría avanzar hacia el pensamiento estadístico cuando preguntas que apunten a “leer más allá de los datos” sean respondidas con argumentos racionales, donde las conexiones de los datos presentes en la propia tabla con conocimientos previos o externos culturales tengan fundamentos matemáticos estadísticos sólidos.

Desde la mirada docente, es relevante analizar cómo influyen los tipos de argumentos de las y los estudiantes en el desarrollo de la alfabetización estadística; se plantea la observación de los argumentos matemáticos estadísticos, su seguimiento y posible evolución, al utilizar preguntas que apunten a distintos niveles de comprensión de tablas.

Referencias

- Álvarez, I. Guerrero, Y., y Torres, Y. (2020). Taxonomía de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia. *Zetetiké*, 28, 1-22. <https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8656553>
- Araneda, A., Chandía, E., y Sorto, A. (2013). *ReFIP Matemática: Datos y azar, para futuros profesores de educación básica*. Ediciones SM Chile S.A. http://refip.accionmatematica.cl/files/datos_y_azar_final.pdf.
- Batanero, C. (1998). *Situación actual y perspectivas futuras de la educación estadística [sesión de conferencia]*. Jornadas Thales de Educación Matemática, Jaén, España. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/EDUCACIESTADISTICA.pdf>.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Universidad de Granada.
- Curcio, F. (1981). *The effect of prior knowledge, reading and mathematics achievement, and sex on comprehending mathematical relationships expressed in graphs (Final Report)*. Department of Education, St. Francis College. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED210185.pdf>
- Del Pino, G., y Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64. <https://pensamientoeducativo.uc.cl/files/journals/2/articles/483/public/483-2227-1-PB.pdf>.
- Friel, S., Curcio, F., y Bright, G. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Research in Mathematics Education*. 32(2), 124-138. <https://doi.org/10.2307/749671>
- Guerrero, Y., y Hernández, J. (2019). *Cultura estadística: interpretación de tablas de frecuencia con apoyo de tecnología digital [tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia]*. Repositorio institucional UPN. <http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/11413>.
- Guerrero, Y., y Torres, Y. (2017). *Tipificación de errores y dificultades en el aprendizaje de tablas de frecuencia [tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia]*. Repositorio institucional. <http://funes.uniandes.edu.co/11943/1/Guerrero2017Tipificacion.pdf>.
- Herrera, L., Hernández, G., Valdés, É., y Valenzuela, N. (2015). Nivel de comprensión lectora de los primeros medios de colegios particulares subvencionados de Talca. *Foro educacional*, 25, 125-142. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6429438.pdf>.
- Ministerio de Educación. (2012). *Programa de estudio Matemática, séptimo año básico*. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18982_programa.pdf.
- Ministerio de Educación. (2018a). *Bases curriculares, primero a sexto básico*. UCE, Unidad de Currículum y Evaluación. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/2342/mono-1003.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- Ministerio de Educación. (2018b). *Progresiones de aprendizaje en espiral, orientaciones para su implementación Matemática*. División de educación general, Unidad de educación especial. <https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2019/04/Matematica-04-19.pdf>.
- Ministerio de Salud. (2020). *Informe Epidemiológico N° 23 Enfermedad SARS-CoV-2 (COVID-19)*. <https://www.minsal.cl/23-informe-epidemiologico-covid-19/>.
- Olarte, N. (1998). El problema de la comprensión lectora. *Correo del Maestro*, 23, 7-8.
- Pinzás, J. (2008). *Guía de estrategias metacognitivas para desarrollar la comprensión lectora*. Fondo Editorial, Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Puga, L., Rodríguez, J., y Toledo, A. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 20, 197-220. <https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846839009.pdf>.
- Tauber, L. (2010). Análisis de elementos básicos de alfabetización estadística en tareas de interpretación de gráficos y tablas descriptivas. *Ciencias Económicas*, (1), 53-74.
- Wood, R. (1968). Objectives in the teaching of mathematics. *Educational Research*, 10, 83-98. <https://doi.org/10.1080/0013188680100201>
- Yepes, M. (2011). *Nivel de comprensión lectora en estudiantes del Quinto Grado según tipo de institución educativa estatal y particular [tesis de maestría, Universidad San Ignacio de Loyola]*. Repositorio institucional USIL.