https://doi.org/10.46219/rechiem.v16i3.167
Sociedad Chilena de Educación Matemática
Revista Chilena de Educación Matemática
ISSN 2452-5448

SITUACIÓN ADIDÁCTICA PARA EL TRÁNSITO DE LA HOMOTECIA EN EL PLANO EUCLIDIANO A LA HOMOTECIA VECTORIAL

ADIDACTICAL SITUATION FOR A HOMOTHETIC TRANSFORMATION IN THE EUCLIDEAN PLANE

Tamara Isis Patricia Siles Vega
tsilesvega@gmail.com
https://orcid.org/0009-0005-7910-1203
Magíster en Didáctica de la Matemática, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso , Valparaíso, Chile

RESUMEN

Diversos estudios demuestran que la enseñanza de la geometría, a pesar de su importancia, queda desplazada en la enseñanza escolar. Este escrito pretende contribuir en su enseñanza proponiendo, desde la Teoría de las Situaciones Didácticas, una situación didáctica para introducir la homotecia vectorial a partir del trabajo de la homotecia en el plano euclidiano, mediante actividades grupales diseñadas para realizar dentro y fuera del aula en dos sesiones de clase. Esta secuencia se implementó en un grupo de estudiantes de entre 14 y 15 años en un establecimiento educacional de la Región Metropolitana de Chile. Durante la sesión 1, los estudiantes construyen una homotecia utilizando herramientas métricas para luego ser desafiados a construirla sin el uso de ellas. Lo anterior manifestó diversas estrategias en los grupos, las cuales se retoman en la sesión 2 para institucionalizar el conocimiento a partir de las producciones de los alumnos. Los resultados muestran que la situación adidáctica propuesta permitió a los estudiantes construir el concepto de homotecia vectorial de manera significativa y contextualizada, con el potencial para hacer emerger el nuevo saber matemático, a partir de los conocimientos previos de los estudiantes y las estrategias que surgen al proponerles una situación desafiante.

Palabras clave:
Homotecia, Teoría de las Situaciones Didácticas, Educación, Geometría.

ABSTRACT

Several studies have shown that the teaching of geometry, despite its importance, has been neglected in school education. This paper aims to contribute to its teaching, proposing from the Theory of Didactic Situations, a didactic situation to introduce vectorial homothecy from the work of homothecy in the Euclidean plane through group activities designed to be carried out both inside and outside the classroom in two class sessions. The research was conducted with second-year high school students in a private subsidized Santiago school. During session 1, the students constructed a homothety using metric tools and were challenged to construct it without using it. The above manifested diverse strategies in the groups, which are retaken in session 2 to institutionalize knowledge from the students' productions. The results of the research show that the proposed didactic situation allowed the students to construct the concept of vectorial homothecy in a meaningful and contextualized way with the potential to make the new mathematical knowledge emerge based on the student's previous knowledge and the strategies that arise when a challenging situation is proposed to them.xt

Keywords:
Homothecy, Theory of Didactic Situations, Education, Geometry.

Recibido 27 de Junio 2024 Aceptado 26 Noviembre 2024
Revista Chilena de Educación Matemática, Volumen 16, N°3

1. ANTECEDENTES

Según la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2017), el entendimiento de los contenidos matemáticos es importante para los ciudadanos del mundo moderno, puesto que las estructuras matemáticas se han desarrollado como un medio para comprender e interpretar fenómenos naturales y sociales. Particularmente, la geometría es una rama de la matemática que estudia los espacios, las figuras y cuerpos geométricos, junto con sus propiedades y relaciones. Sin embargo, es preocupante notar cómo el foco en su enseñanza ha sido "entregar un glosario geométrico ilustrado sobre las figuras o relaciones geométricas con dibujos, nombres y definición" (García y López, 2008, p. 27), además de recaer en la algebrización de esta (Gómez y Andrade-Molina, 2022).

Según la OCDE (2017), la geometría es una base fundamental del espacio y la forma, lo cual incluye una amplia gama de fenómenos que se encuentran en todas partes de nuestro mundo visual y físico: patrones, propiedades de los objetos, posiciones y direcciones, representaciones de los objetos, descodificación y codificación de información visual, y navegación e interacción dinámica con formas reales. Por tanto, su importancia radica en desarrollar el pensamiento geométrico y potenciar la capacidad espacial que permita a los estudiantes comprender matemáticamente el espacio y sus formas, fomentando la visualización y el tránsito entre lo bidimensional y tridimensional (Gómez y Andrade-Molina, 2022), y así tener una mirada crítica y reflexiva sobre el entorno.

En cuanto a esta rama de la matemática, Barrantes y Zapata (2008) señalan que, en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, se fuerzan los tiempos de la conceptualización y se introducen muy pronto los conceptos abstractos obviando la realización de actividades concretas como consecuencia de esa utilización temprana de la nomenclatura definitiva. Esta construcción conceptual a partir de las definiciones produce la incapacidad del alumno de resolver situaciones cotidianas, puesto que es la mera definición la que se activa en la mente del alumno y la que domina el proceso. En lugar de ello, los autores sugieren construir el esquema conceptual a partir de la experiencia del alumno, desde situaciones variadas y sin necesidad de recurrir en un principio a la definición, por ejemplo, vinculando la geometría con el arte, aumentando el número de actividades de laboratorio en las que los conceptos y propiedades de las figuras geométricas se manipulen, o realizando investigaciones y proyectos de estudios de las figuras geométricas.

Del mismo modo, Gamboa y Ballestero (2009) mencionan que para aprender geometría el estudiante debe comprender las relaciones, características y propiedades de los objetos sin importar la representación que se haga de ellas. "No se puede seguir enseñando geometría como un producto acabado, suprimiendo todo el proceso de construcción de dicho conocimiento y aislándola del mundo o de las otras áreas de las matemáticas" (Gamboa y Ballestero, 2009, p. 113). Así, es necesario que el aprendiz tome un papel activo en su aprendizaje y se le exija un poco más que ser un receptor de información, dando espacio a la discusión, la experimentación, la investigación, el ensayo y el error, aprovechando este como una herramienta para el aprendizaje y parte del quehacer matemático en la búsqueda del conocimiento.

Un estudio reciente, realizado por Gómez y Andrade-Molina (2022), señala que uno de los principales problemas que se manifiesta en la enseñanza de la geometría es la simplificación a lo aritmético. Particularmente, el artículo habla acerca de las discordancias del currículo escolar con respecto a la homotecia, donde se espera que los estudiantes muestren una comprensión del concepto (Ministerio de Educación [Mineduc], 2015). Sin embargo, las autoras consideran que las actividades propuestas en el Texto del Estudiante no permiten percibir la homotecia como una transformación geométrica, sino que simplifica su estudio al cálculo de la razón de homotecia basándose en la proporcionalidad, es decir, aritmetizando el contenido, lo que conlleva a la pérdida de su profundidad epistemológica.

Quiroga et al. (2022) estudian el razonamiento geométrico que emplean los estudiantes al desarrollar la unidad de homotecia, donde evidenciaron que la mayoría de ellos no logró comprender ni aplicar el concepto de homotecia en su totalidad, ni tampoco logró cumplir con una argumentación matemática adecuada. Dentro de sus hallazgos, exponen que más de la mitad de los estudiantes alcanzan solamente el nivel 1 de razonamiento geométrico, caracterizado por el uso inadecuado de lenguaje matemático, la poca flexibilización para resolver problemas o ejercicios en distintos contextos y la no aplicación de procedimientos lógicos.

Por su parte, Hoyos (2006) realiza un estudio exploratorio que aporta datos empíricos acerca de la influencia del uso de tecnologías (Cabri II Plus) y el pantógrafo en el aprendizaje y la comprensión de las propiedades básicas de las transformaciones geométricas, siendo una de ellas la homotecia. La autora menciona que es probable que el uso de estos artefactos haya satisfecho funciones complementarias en el desarrollo del aprendizaje del contenido, ya que en las producciones de los estudiantes se muestran inicialmente intuiciones en las descripciones, para luego avanzar hacia una objetivación matemática que quedó expresada en un uso más preciso de los términos. Además, se destaca la utilización de materiales concretos (herramientas comunes o artefactos culturales y materiales educativos o manipulables) en el aula como herramienta para desarrollar habilidades científicas tanto en niños como en niñas, para sentar una base que permita desarrollar el discurso matemático en el aula y para que surjan significados matemáticos adecuados al tópico en cuestión.

En otro estudio reportado recientemente por Labra y Vanegas (2022), los autores exponen su preocupación en relación con los bajos niveles en el desarrollo de procesos de razonamiento geométrico en los estudiantes, conjeturando que lo anterior es causado, en gran medida, “porque se ha privilegiado la memorización de fórmulas, definiciones, teoremas y propiedades apoyadas en construcciones mecánicas y descontextualizadas” (Labra y Vanegas, 2022, p. 95). Para hacer frente a esta problemática, proponen hacer uso de recursos digitales y manipulativos, particularmente del pantógrafo, la cámara oscura y GeoGebra, para estudiar el concepto de homotecia. De la investigación, se concluye que el uso de estos recursos ayudó a iniciar el razonamiento visual en los estudiantes, llevándolos, posteriormente, a explorar, formular, conjeturar y argumentar las propiedades implícitas del concepto, acciones que son fundamentales para desarrollar el razonamiento geométrico (Labra y Vanegas, 2022).

2. PROBLEMÁTICA

El panorama presentado con anterioridad manifiesta la urgente necesidad de hacer presente en el sistema de educación formal los procesos implícitos de construcción y razonamiento del conocimiento, los cuales son dejados en segundo plano al presentar los contenidos como un producto acabado de la actividad matemática (Gamboa y Ballestero, 2009). En particular, este modelo de educación tradicional en Chile ha demostrado no ser satisfactorio en cuanto a los estándares nacionales e internacionales con respecto al nivel que deben alcanzar los estudiantes sobre el aprendizaje de la geometría (Quiroga et al., 2022). Lo anterior se evidencia en los resultados de evaluaciones estandarizadas como TIMSS 2019, donde Chile se sitúa en la categoría más baja con respecto al rendimiento de los estudiantes de octavo básico en el dominio geométrico, siendo significativamente menor al resultado de años anteriores (Agencia de Calidad de la Educación, 2020).

Además de ello, es importante mencionar las problemáticas existentes dentro de los centros educativos para abarcar la amplitud de los contenidos que exige el currículo. Frente a este escenario, los docentes se ven en la obligación de reparar y revertir este escenario, priorizando ciertos contenidos donde, en particular, la enseñanza de la geometría se ve desplazada en la mayoría de los casos, pues es postergada a final de año, o simplemente no se aborda (Gamboa y Ballestero, 2009; Gómez y Andrade-Molina, 2022; Hoyos, 2006).

Por tanto, y poniendo como base de este trabajo la importancia de la enseñanza de la geometría, su abordaje en la escuela y la construcción del conocimiento fomentando la autonomía y razonamiento del alumnado, el objetivo de esta investigación es proponer una secuencia didáctica sustentada en los principios de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), para transitar de la homotecia en el plano euclidiano a la homotecia vectorial.

3. OBJETO MATEMÁTICO

3.1 Dimensión histórica

En la primera parte de los Elementos de Euclides se afirma que dos figuras situadas en el mismo plano son iguales si y solo si es posible hacer que una figura coincida con la otra por medio de traslaciones, rotaciones y reflexiones en rectas. Por consiguiente, en dicha primera parte de los Elementos se estudian aquellas propiedades de las figuras de un plano que son invariantes respecto a las llamadas isometrías del plano (Luna y Álvarez, 2005).

Por su parte, la geometría proyectiva plana es el estudio de aquellas propiedades de las figuras de un plano que permanecen invariantes cuando dichas figuras son sometidas a las transformaciones proyectivas, siendo una transformación de esta naturaleza una composición de perspectividades; por consiguiente, el conjunto de todas las transformaciones proyectivas constituye un grupo de transformaciones. Por lo tanto, la geometría proyectiva plana se puede describir como la teoría de las invariantes de este grupo particular de transformaciones, donde podemos encontrar la colinealidad de puntos y la concurrencia de rectas entre ellas (Luna y Álvarez, 2005).

Esta rama de la geometría tiene sus inicios en el arte pictórico desarrollado durante la época renacentista (siglo XV y XVI), donde uno de los precursores en aplicar la perspectiva geométrica en sus dibujos fue Filippo Brunelleschi (1377-1446), arquitecto y escultor de la época, quien aplicó técnicas como dibujar rectas proyectantes y puntos de fuga para plasmar de manera tridimensional las futuras construcciones y proyectos en mente. Más adelante, Masaccio destaca por ser el primer pintor en aplicar la perspectiva geométrica en su obra conocida como “Trinidad”, donde experimenta sistemas en las que las ortogonales convergían en un punto central único (Corredor y Londoño-Ramos, 2019). De este modo, empieza a cobrar fuerza la relación entre el arte y la geometría, considerando a la perspectiva como una técnica artística para estudiar las relaciones entre tamaño y distancia según una posición relativa del observador, donde surge la necesidad de profundizar en el estudio de la perspectiva geométrica desde la matemática.

Sin embargo, prontamente comenzaron las disputas y polémicas por parte de los artistas defensores de la utilización de métodos y tecnicismos matemáticos y aquellos que no lo veían necesario para expresar sus ideas (Luna y Álvarez, 2005). Había quienes consideraban que, además de ser tedioso y complejo el manejo de la matemática, tanto tecnicismo alejaba el arte del verdadero camino, pues el pintor y su fuerza expresiva no debían depender de reglas geométricas.

Así, la matemática comienza a dominar la perspectiva direccionándose a la formalización de lo que hoy conocemos como geometría proyectiva. En 1639 circuló entre los entendidos un proyecto en borrador firmado por Gerard Desargues, en el que se ensayaba presentar la perspectiva como un medio para hacer geometría. Por entonces, solo Pascal pudo hacer una contribución más, al enunciar, en 1640, el teorema del hexagrama místico. No obstante, ambos trabajos tuvieron poca aceptación durante la época. No fue hasta cerca del 1800 que vuelven a renacer estas ideas por la aparición de la Géometríe descriptive de Gaspard Monge en 1795 y del Traité des propriétés projectives de figures de Jean Víctor Poncelet, quien se le atribuye la resurrección de la geometría proyectiva (Luna y Álvarez, 2005), donde uno de sus preciados aportes fue el de la invarianza de la razón doble, en la cual encontró el argumento para explicar cómo las cónicas en proyección y sección dan objeto a otras cónicas, abriendo nuevas líneas de investigación.

3.2 Dimensión epistemológica

Las homotecias son una familia importante de aplicaciones afines, pues contienen esencialmente el concepto de semejanza de figuras. Se definen, según Ivo rra (s. f), como sigue:

> Sea E un espacio afín sobre un cuerpo K.
>
> La homotecia de centro $\mathrm{O} \in \mathrm{E}$ y razón $\mathrm{k} \in \mathrm{K}^* = \mathrm{K} \setminus \{0\}$ es la aplicación $\mathrm{H}(\mathrm{O}, \mathrm{k}) \in \mathrm{GA}(\mathrm{E})$ dada por
>
> $$\mathrm{H}(\mathrm{O}, \mathrm{k})(\mathrm{P}) = \mathrm{O} + \mathrm{k}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$
>
> Llamaremos $\mathrm{H}(\mathrm{O}, \mathrm{E})$ al grupo de todas las homotecias de centro O en E. Dos conjuntos son homotéticos (mismo aspecto) si uno es la imagen del otro por una homotecia.
>
> Las homotecias se pueden caracterizar por sus aplicaciones lineales asociadas. Llamaremos homotecia lineal de razón $\mathrm{k} \in \mathrm{K}^*$ en un espacio vectorial V sobre un cuerpo K a la aplicación dada por $\mathrm{f}(\vec{\mathrm{v}}) = \mathrm{k}\vec{\mathrm{v}}$, o bien $\mathrm{H}(\vec{\mathrm{v}}) = \mathrm{k}(\vec{\mathrm{v}}) + (\mathrm{a}, \mathrm{b})$, donde (a, b) es el centro de homotecia.
>
> Una definición más sencilla, que incluso se acerca a la trabajada en el nivel escolar, es otorgada por Chuaqui y Riera (2011), como sigue:
>
> Sea O un punto en el plano y k un número real. Se llama homotecia de centro O y razón k a la transformación $\mathrm{h}(\mathrm{O}, \mathrm{k})$ que lleva cada punto P a un punto P' tal que $\overrightarrow{\mathrm{OP}'} = \mathrm{k}\,\overrightarrow{\mathrm{OP}}$. Una homotecia lleva un punto P a un punto P' en la misma línea recta por O. Las rectas por O van a sí mismas, y la homotecia inversa es $\mathrm{h}^{-1}(\mathrm{O}, \mathrm{k}) = \mathrm{h}(\mathrm{O}, \mathrm{k}^{-1})$.

4. MARCO TEÓRICO

La secuencia didáctica que se propone en este escrito se sustenta en los principios de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) formulada por Grey Brousseau (2007), quien postula que “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios (…). Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca del aprendizaje” (p. 39). De este modo, el estudiante interactúa con el medio a partir de una problemática, lo cual se conceptualiza desde la teoría como una “situación adidáctica”, que modeliza una actividad de producción de conocimiento por parte del alumno, de manera independiente de la mediación docente, que lo lleva a poner en juego sus propios conocimientos, pero también a modificarlos, rechazarlos o producir otros nuevos a partir de las interpretaciones que hace sobre los resultados de sus acciones (Sadovsky, 2005).

Según la TSD, es posible identificar cuatro fases dentro de una situación didáctica, donde las primeras tres se asocian a la situación adidáctica, las cuales se definen a continuación. En la fase de acción el estudiante interactúa con el medio, experimentando, haciendo y descubriendo y, a su vez, el medio le aporta informaciones y retracciones en retorno a sus acciones (Santos, 2023). En la fase de formulación el medio fuerza al estudiante a compartir informaciones y experiencias con una o varias personas, es decir, intercambia un mensaje comunicando las acciones y explicitando por sí mismo el modelo implícito sobre ellas (Santos, 2023). En la fase de validación el alumno emisor ya no es un informante, sino un proponente, y el receptor, un oponente (Brousseau, 2007). El estudiante debe elaborar pruebas intelectuales y defender sus acciones (Santos, 2023), donde su responsabilidad es validar o probar sus afirmaciones, las cuales serán sometidas a juicio por un interlocutor.

La formalización del conocimiento matemático se denomina proceso de institucionalización. Según Brousseau (1986), en este proceso el maestro “define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones ‘libres’ del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da lectura de esas actividades y les da un estatuto” (p.37). Lo anterior manifiesta que la responsabilidad de cambiar el estado del saber recae en el profesor, sin embargo, Santos (2023) explica que este proceso implica más bien una colaboración entre profesor y estudiantes, es decir, no se reduce a “una fase del trabajo de clase en la que el profesor expone el saber, si lo que se busca es una construcción con sentido” (p. 636).

5. MÉTODO

Para llevar a cabo este estudio de corte cualitativo, se diseñó una propuesta didáctica que consta de dos sesiones de clase de dos horas pedagógicas, o bien, una hora y media cronológica cada una, la cual fue aplicada en un establecimiento educacional de la Región Metropolitana de Chile, en un curso mixto de 40 estudiantes de segundo año de enseñanza media. En ambas sesiones se realizaron grabaciones de audio de las intervenciones de los estudiantes, además de responder en cada sesión un cuestionario abierto que da cuenta de sus producciones, las cuales serán analizadas posteriormente.

5.1 Propuesta didáctica

La propuesta didáctica se divide en dos sesiones de clase, donde se plantea una situación adidáctica desde la TSD, que permita direccionar el tránsito de la homotecia en el plano euclídeo hacia la homotecia en el plano cartesiano, revisada en forma vectorial. Los contenidos previos necesarios se presentan en el Anexo A.

5.1.1 Sesión 1

a. **Previo al inicio de la situación adidáctica**

Se desarrolla una actividad de construcción de homotecias utilizando material concreto (cinta de enmascarar, cartulinas, lana, tijeras y cinta métrica de, mínimo, 3 metros) en el patio del establecimiento. Los estudiantes se reúnen en grupos de dos o tres personas, y a partir de una figura, centro y razón de homotecia dada, deben construir en el piso la homotecia solicitada, midiendo los segmentos con una cinta métrica y registrando tales anotaciones en una guía de trabajo (Anexo B). Los materiales e instrucciones de la actividad se presentan en el Anexo C.

Durante el momento de la construcción, la pareja o grupo de estudiantes interactúa con el medio, centrándose en el hacer. Una vez que los estudiantes han terminado de construir la homotecia en el piso con los materiales solicitados, la docente propone dos actividades, una después de la otra, las cuales se detallarán a continuación, marcando el inicio de la situación adidáctica.

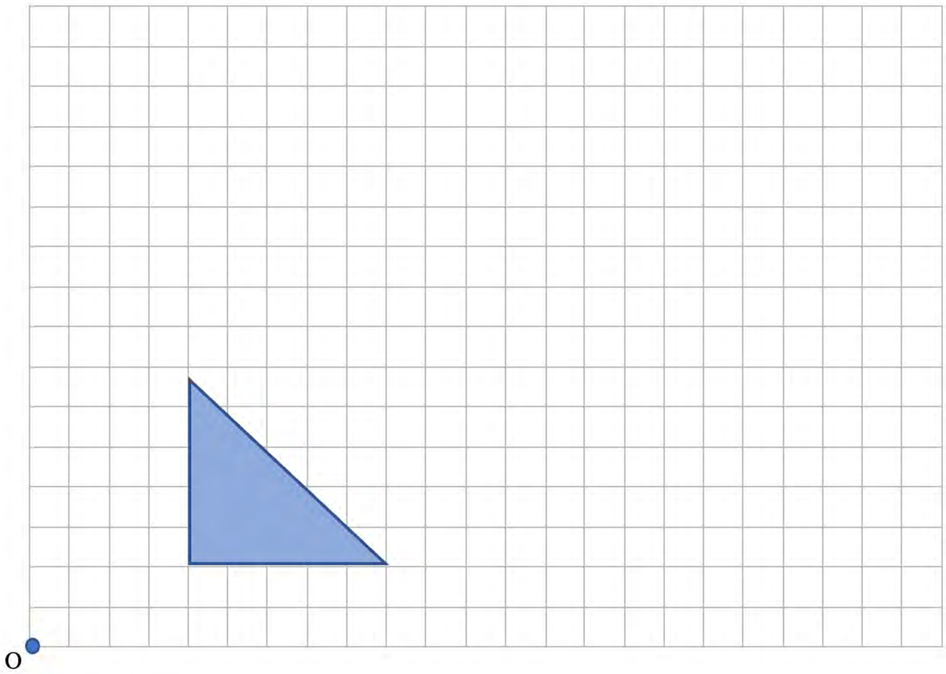
b. **Situación adidáctica**

ACTIVIDAD 1: Supongan que se les encomienda realizar la misma tarea, pero esta vez se les desafía a construir la homotecia sin hacer uso de una cinta métrica. ¿Será posible realizarlo? Si creen que es posible, expliquen cómo lo realizarían, en caso de no ser posible, justifiquen el porqué. Sean lo más detallistas posible.

Con ello, la profesora ha propuesto una situación problemática que “fuerza” al estudiante a poner en juego sus conocimientos, y que le lleva a ejecutar acciones sobre el medio, con tal de organizar las diversas estrategias que emerjan y le ayude a, posteriormente, tomar una decisión. Se movilizan nuevos conocimientos a partir de sus acciones, y el medio les retroalimentará en pos de encontrar la estrategia óptima.

Al ser una actividad grupal, naturalmente surgen los diálogos y la comunicación entre los estudiantes, ya sea cooperantes u oponentes. Lo anterior exige al alumno a usar una formulación que debe involucrar a otro sujeto para comunicarle una información (Brousseau, 2007), donde debe plantear y verbalizar las estrategias o hipótesis de resolución formuladas por cada grupo, es decir, se explicitan las acciones a través de un código lingüístico. En suma, se trata de una última actividad que permitirá a los alumnos explicitar el modelo implícito de sus acciones (Santos, 2023), y que será la que se muestra a continuación:

ACTIVIDAD 2: Sin hacer uso de la regla, construye una homotecia de razón 2. Expliquen cómo lo hicieron y la estrategia que utilizaron.



Con ello, se espera que se consolide la elección de la estrategia o modelo creado por los estudiantes para resolver la situación, además de servir como recurso para la próxima sesión.

5.1.2 Sesión 2

En la sesión siguiente, primero se vuelven a tratar los puntos importantes de la clase anterior, haciendo una síntesis de las actividades realizadas y retomando el problema planteado, para efectuar las situaciones de validación e institucionalización. Luego, se pide a los estudiantes juntarse en parejas y se les proporciona un material impreso con algunas de las respuestas y estrategias de resolución planteadas por los grupos en las actividades 1 y 2 de la sesión anterior, entregando la siguiente instrucción:

Ahora que conocen las estrategias de estos grupos, se pondrán en la posición de la profesora. Deberán evaluar lo que hizo cada grupo y entregar retroalimentación, es decir, otorgar sugerencias o correcciones según estimen necesario. Pueden guiarse con estas preguntas:

- ¿La figura homotética quedó bien construida? ¿Por qué?
- ¿Cuál estrategia me parece la más adecuada para construir una homotecia sin usar un instrumento de medir? ¿Por qué?

Según Brousseau (2007), la acción y formulación conllevan a procesos de corrección, para asegurar la pertinencia, adecuación o conveniencia de los conocimientos movilizados. Apoyado en lo anterior, esta instancia se propone para que los estudiantes prueben tal conocimiento que ha emergido desde sus producciones. El proceso en el cual se realiza esta comprobación o rechazo del conocimiento es la validación, el cual le corresponde directamente al estudiante, puesto que debe defender una postura con pruebas intelectuales que tengan un sustento sólido, para intentar convencer a otro estudiante (Santos, 2023).

Para culminar, la docente "tomará en cuenta oficialmente el objeto de conocimiento por parte del alumno" (Brousseau, 2007, p. 98) con el fin de transformar este saber personal en un saber cultural o saber de referencia. Según Santos (2023), la institucionalización debe implicar una colaboración entre profesor y estudiantes, y no puede reducirse a una fase del trabajo de clase en la que el profesor expone el saber, sino que se busca una construcción con sentido, sustentado en el trabajo de los alumnos. Este saber de referencia que se presentará es la “homotecia vectorial”, la cual se propone como objetivo de aprendizaje en primer año de enseñanza media.

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Dado que el objetivo de este trabajo es proponer una situación de aprendizaje adidáctica, fundamentada en la TSD, que permita transitar desde la homotecia en el plano euclidiano a la homotecia vectorial, es que esta sección se enfocará en exponer y analizar los resultados de las sesiones 1 y 2, correspondientes a la situación adidáctica, dado que la parte previa consiste en la revisión de los contenidos necesarios para realizar el tránsito, pero no se detallan en profundidad las actividades realizadas al no ser relevantes para efectos de este escrito. Nuestro interés es identificar las situaciones de acción, formulación y validación llevadas a cabo por los alumnos, y aquellas es posible encontrarlas en las sesiones 1 y 2, tal como se explicó y fundamentó en el apartado anterior.

Por temas de extensión de este escrito, se consideran solamente los diálogos de la sesión 1 de seis de los diez grupos. En el Anexo D se encuentra la transcripción de la grabación de audio de las partes que son de interés para realizar el análisis, omitiendo aquellos diálogos que no tienen mayor relevancia.

6.1 Sesión 1

Frente a la problemática, los estudiantes interactúan con el medio y exploran en la búsqueda de estrategias de resolución al problema. De los diez grupos, a siete se les observa utilizando objetos concretos para aproximar la medida de las distancias del centro de homotecia a los vértices, tales como: lápiz, cuaderno, brazos, manos y pies; es decir, utilizan unidades de medida no estandarizadas en reemplazo de la cinta métrica, lo que se traduce en una fase de acción según la TSD, puesto que “expresan sus elecciones y sus decisiones sin ningún código lingüístico, por medio de acciones sobre el medio” (Brousseau, 1986, p. 41).

Posterior a ello, se observa a los estudiantes intercambiar informaciones que conllevan a asimilaciones y contradicciones; ya no solo ejecutan acciones sobre el medio, sino que explicitan el conocimiento emergente. Lo anterior se observa, por ejemplo, cuando un estudiante del grupo B, en medio de una discusión, interviene diciendo que se puede “inventar un dígito”, refiriéndose a la invención de una unidad de medida no estandarizada, lo cual se entiende como una formulación desde la TSD; este grupo propone el uso de los dedos como una posible medida a utilizar (Grupo B). Lo anterior resulta interesante, puesto que los estudiantes han recurrido a sus conocimientos previos de enseñanza básica para resolver la tarea propuesta, ya que en los cursos de segundo y tercero básico el concepto de medir se realiza a partir de objetos concretos y la comparación a partir de ella, para más tarde introducir las medidas estándares.

Además, nueve de los diez grupos proponen el uso de los “cuadros” como posible estrategia de resolución, sin embargo, llama la atención que, de este grupo, ocho de ellos tendía a fijarse en la componente vertical u horizontal, y solamente un grupo (F) logró integrar ambas durante la formulación. Este grupo manifiesta el proceso de formular según la TSD cuando se entregan instrucciones unos a otros para probar su estrategia, esperando que el medio (homotecia construida) lo retroalimente al verificar si el conocimiento emergente “funciona” o no. A continuación, se muestran algunas de las respuestas otorgadas por los grupos (Figuras 1 y 2), que se interpretan como la consolidación de la fase de formulación de la sesión 1, en respuesta a la actividad 1.

Figura 1

Respuesta otorgada por el grupo B.

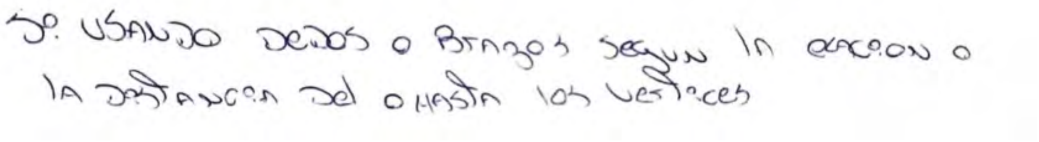
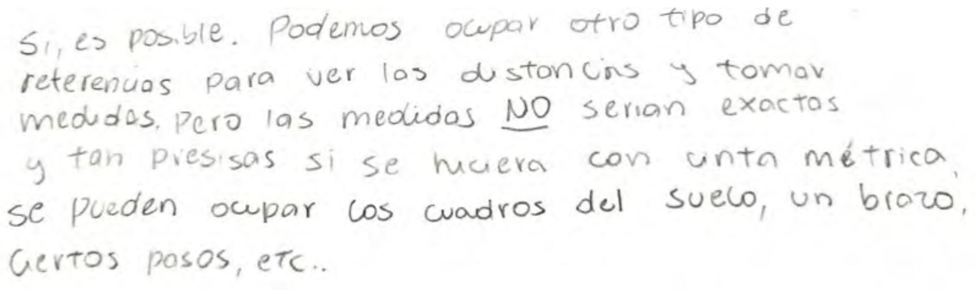


Figura 2

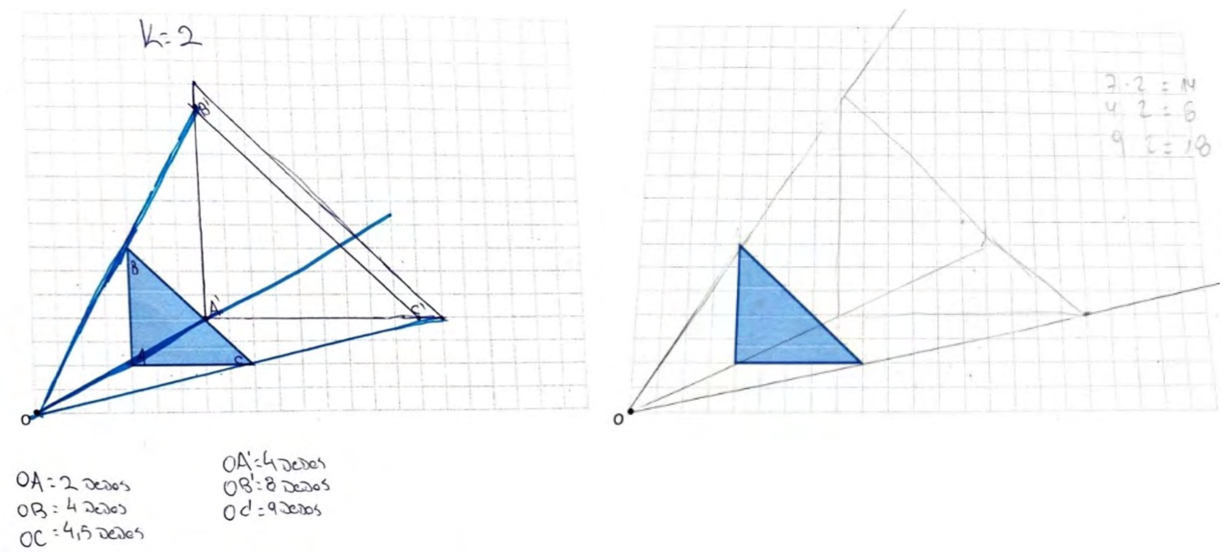
Respuesta otorgada por el grupo A.



Asimismo, las únicas estrategias que surgieron para dar solución al problema planteado esta sesión son: “usar los dedos” y “contar los cuadros”, las cuales denominaremos Estrategia A y B, respectivamente. Estas se consolidan en la actividad 2 propuesta durante la sesión 1, donde las producciones de los estudiantes son las siguientes (Figura 3):

Figura 3

Estrategias A y B producidas por los estudiantes, respectivamente.



Nótese que en la estrategia A el grupo cuenta la cantidad dedos, y las explicita al final de la hoja, a diferencia del grupo B, que solo muestra tres multiplicaciones efectuadas en la esquina superior derecha, todas ellas por dos, al utilizar esa razón de homotecia. Sin embargo, no explicita si aquellos números son los cuadros contados de manera vertical u horizontal.

Estas dos estrategias que han emergido son las que se utilizarán para llevar a cabo la segunda sesión de la secuencia didáctica.

6.2 Sesión 2

Luego de la recapitulación, a los estudiantes se les entrega un material impreso con las dos estrategias consideradas (Anexo E). Se observa a cada pareja discutiendo sobre qué estrategia es más correcta, e incluso algunas utilizan la regla para comprobar las construcciones presentadas en búsqueda de otorgar un veredicto más acertado. Dos grupos manifestaron no entender qué era "medir con los dedos", apelando a que no se entendía qué dedos estaban utilizando, y que tampoco se consideraba la medida de cada dedo, pensamiento que estaba fuertemente arraigado al concepto de medir, pero a partir de una medida estandarizada como los centímetros o metros.

Algunas respuestas son las siguientes (Figuras 4 a 8):

Figura 4

Respuesta otorgada por la pareja 1 en la sesión 2.

¿Cuál estrategia me parece la más adecuada para construir una homotecia sin usar un instrumento de medir? ¿Por qué?

LA del Grupo B, Por que contar con los Cuadros es mas exacto. ya que todos los Cuadros miden lo mismo, ademas es mas facil visualmente

Figura 5

Respuesta otorgada por la pareja 2 en la sesión 2.

¿Cuál estrategia me parece la más adecuada para construir una homotecia sin usar un instrumento de medir? ¿Por qué?

la B yo creo que fue mas exacta a la hora de hacer calculos, porque la del grupo A es mas difisil de comprobar porque el tamaño de los dedos de cada persona es distinto

Figura 6

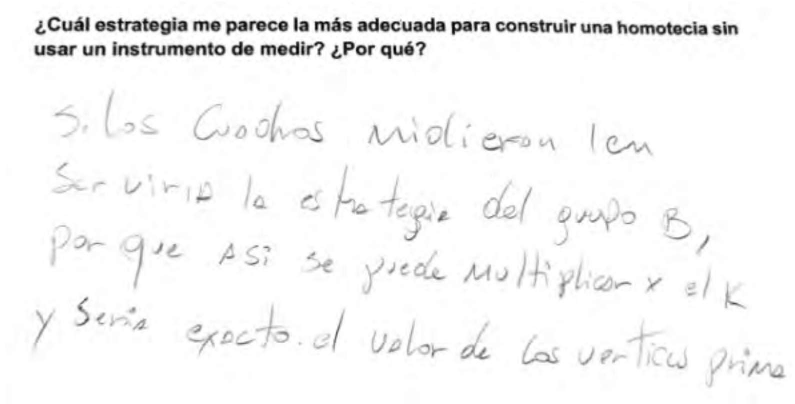
Respuesta otorgada por la pareja 3 en la sesión 2.

¿Cuál estrategia me parece la más adecuada para construir una homotecia sin usar un instrumento de medir? ¿Por qué?

Es mejor la estrategia del grupo B porque los cuadros se pueden contar exactamente. la estrategia del grupo A no sirve porque los dedos varian mucho

Figura 7

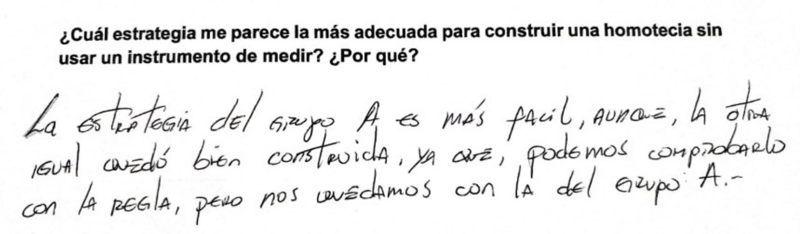
Respuesta otorgada por la pareja 4 en la sesión 2.


¿Cuál estrategia me parece la más adecuada para construir una homotecia sin usar un instrumento de medir? ¿Por qué?

Si los Cuadros midieron 1cm Serviria la estrategia del grupo B, Porque asi se puede multiplicar x el K y Seria exacto. el valor de los vertices prima

Figura 8

Respuesta otorgada por la pareja 3 en la sesión 2.


¿Cuál estrategia me parece la más adecuada para construir una homotecia sin usar un instrumento de medir? ¿Por qué?

La estrategia del grupo A es más facil, aunque, la otra igual quedó bien construida, ya que, podemos comprobarlo con la regla, pero nos quedamos con la del grupo A.-

De un total de 16 parejas, solamente se exponen las respuestas de cinco de ellas, debido a que solamente un grupo se inclina por la estrategia A, trece se inclinan por la estrategia B, utilizando argumentos similares, y dos grupos no responden la actividad.

Los estudiantes validan las estrategias y emiten juicios acerca de las dos estrategias presentadas, apelando a la inexactitud y la variabilidad del uso de los dedos para construir una homotecia, inclinándose por la estrategia A, porque “todos los cuadros miden lo mismo”, lo cual se considera como un argumento sólido considerando el nivel de los estudiantes, demostrando que comprenden el concepto de homotecia y la construcción del mismo. Ahora bien, fue necesario hacer devoluciones de preguntas a las parejas para que explicasen cómo era el conteo de los cuadrados, de modo que llegaran a identificar las dos componentes, y solo uno de los grupos logró integrarlas sin una intervención de la docente guía. Estas devoluciones se enfocaron en la interpretación de los números presentes en el desarrollo de la estrategia B, donde claramente identificaron que el dos correspondía a la razón de homotecia. Para interpretar el otro número, primero tendían a contar en diagonal, pero se daban cuenta de que ese conteo no era exacto, para luego llegar a contar, mayoritariamente, de modo horizontal, haciendo en algunos casos la comprobación de la componente vertical por “tanteo”.

A partir de lo anterior, la docente toma el saber movilizado por los estudiantes y desde allí realiza la institucionalización del saber de referencia, iniciando desde la noción de vector en el conteo horizontal y vertical de los cuadros hasta llegar a la construcción de una homotecia en el plano cartesiano, tal como lo expone Santos (2023): “El saber debería aparecer como resultado de acuerdos de la clase sobre los conocimientos personales de los estudiantes, sus formas de enunciación o formulación y sobre la validez de esos conocimientos y formulaciones” (p. 363).

7. CONCLUSIONES

Como bien se ha expuesto, la TSD postula que los estudiantes aprenden adaptándose a un medio que presenta dificultades y discrepancias en su pensar. En consecuencia, para que ocurra el aprendizaje se debe presentar al estudiante una problemática que lo lleve a poner en juego sus conocimientos. En nuestro caso, esta consistía en la construcción de una homotecia sin hacer uso de un instrumento para medir. Así, durante la situación de aprendizaje, la docente actúa como un guía, y no otorga respuestas inmediatas a los estudiantes, sino que responde a las preguntas con cuestionamientos explícitos e implícitos que le permitan volver al problema y repensarlo, promoviendo la búsqueda de nuevas estrategias de resolución (devolución). Este panorama presentado muestra con claridad la esencia de la teoría desarrollada por Brousseau (2007) en Francia, lo cual nos lleva a reflexionar sobre las discrepancias existentes entre el contexto chileno y el francés. La gran cantidad de estudiantes por sala, los problemas disciplinares y la baja motivación entorpecen el desarrollo de la situación adidáctica, puesto que, según la teoría, son los estudiantes los responsables de llevar a cabo esta parte, sin embargo, al no tener una instrucción mecanizada que replicar (como suele ser), se desligan del problema y esperan que el profesor/a lo resuelva para luego replicarlo. Esto último escapa totalmente de los fundamentos de la TSD, pues es el docente quien expone los saberes de manera descontextualizada y poco significativa para los alumnos, en vez de construir el saber en colaboración.

Lo anterior ya ha sido reportado por Espinoza y Campillay (2011), quienes exponen las diferencias socioculturales significativas en un contexto francés y chileno. Identifican en los estudiantes chilenos un constante rechazo a situaciones de desafío y una resistencia a los cambios en la estructura de la clase de Matemáticas. Es por ello que es necesario reconocer el bagaje cultural de las y los estudiantes, y considerar la tradición de enseñanza que caracteriza a nuestro quehacer docente, donde la instrucción dentro de la clase suele estar condicionada netamente por el profesor/a, y son los estudiantes los que acatan y siguen las actividades propuestas, quienes se acostumbran a recibir de sus profesores las instrucciones de un trabajo perfectamente realizadas y muchas veces no buscan las soluciones por sí mismos. Por ende, es necesario desarrollar un trabajo que apunte y considere las realidades latinoamericanas, es decir, "construir la investigación para Latinoamérica desde Latinoamérica" (Espinoza y Campillay, 2011, p. 887).

Aun así, el presente trabajo de innovación pretende, dentro de lo posible, llevar al estudiante a un nivel superior en la búsqueda y creación de soluciones, fomentando el surgimiento de los saberes matemáticos propuestos en el currículo, pero esta vez a partir de las mentes de los estudiantes, y apuntar hacia la resolución de problemas, ¿no es ese el fin de la matemática y su enseñanza? En nuestro caso, la actividad tiene el potencial para hacer emerger el nuevo saber matemático en juego, puesto que los alumnos hicieron suyo el problema, integrando saberes anteriores y culturales a un elemento intelectual de mayor interés que otros que puedan haber visto en clases, lo que permite que adquieran un conocimiento importante para el currículo matemático del nivel. Además, como Objetivo Transversal, permite que comprendan que la matemática puede resolverse con instrumentos comunes como los expuestos en los anexos, y potencia el trabajo colaborativo, la comunicación y la argumentación, habilidades que se consideran necesarias para el siglo XXI, y que deben trabajarse a la par con los conocimientos y saberes matemáticos.

Podemos decir que, dentro de las posibles mejoras para afinar la secuencia, se puede implementar la plataforma de GeoGebra para potenciar el uso de las TIC, habilidad transversal que se propone dentro del currículo chileno para apuntar al desarrollo integral de los estudiantes. El uso de esta plataforma puede efectuarse al término de la secuencia didáctica, para terminar de consolidar los conocimientos alcanzados, considerando que el software ayuda a integrar de manera dinámica los contenidos, facilitando los cálculos y, en este caso particular, la visualización de las transformaciones geométricas, además de estimular la creatividad en los estudiantes, permitiéndoles explorar, conjeturar y demostrar con mayor libertad (Cenas et al., 2021).

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por ANID, a través de su Beca Magíster en Chile para Profesionales de la Educación/2023-50230074

8. REFERENCIAS

Agencia de Calidad de la Educación. (2020). TIMS 2019 Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias. Presentación Nacional de Resultados. Gobierno de Chile. https://archivos.agenciaeducacion.cl/Resultados_TIMSS_2019_version_extendida_final.pdf

Barrantes, M., y Zapata, M. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. Campo Abierto, 27(1), 55-71.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 7(2), 33–115. https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/

Cenas, F., Blaz, F., Gamboa, L., y Castro, W. (2021). Geogebra: herramienta tecnológica para el aprendizaje significativo de las matemáticas en universitarios. Horizontes. Revista De Investigación En Ciencias De La Educación, 5(18), 382-390. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v5i18.181

Chuaqui, M., y Riera, G. (2011). Transformaciones en geometría euclidiana y no euclidiana. Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Corredor, M., y Londoño-Ramos, C. (2019). El arte y la historia de la construcción de la geometría proyectiva. Saber, Ciencia y Libertad, 14(2), 295-312. https://doi.org/10.18041/2382-3240/saber.2019v14n2.5895

Espinoza, L., y Campillay, W. (2011). La teoría de las situaciones didácticas en Latinoamérica, ¿funciona? En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoameticana de Matemática Educativa (Vol. 4, pp. 881-888). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Gamboa, R., y Ballestero, E. (2009). Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 4(5), 113-136.

García, S., y López, O. (2008). La enseñanza de la geometría. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Gómez, J., y Andrade-Molina, M. (2022). Discordancias del currículo escolar: Homotecia más allá de la proporcionalidad. Revista Chilena de Educación Matemática, 14(1), 31-42. https://doi.org/10.46219/rechiem.v14i1.105

Hoyos, V. (2006). Funciones complementarias de los artefactos en el aprendizaje de las transformaciones geométricas en la escuela secundaria. Enseñanza de las ciencias, 24(1), 31-42. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3812

Ivorra, C. (s. f.). Geometría. https://www.uv.es/ivorra/Libros/G.pdf

Labra, J., y Vanegas, C. (2022). Desarrollo del razonamiento geométrico de estudiantes de enseñanza media cuando abordan el concepto de homotecia. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 25(1), 93-120. https://doi.org/10.12802/relime.22.2514

Luna, J., y Álvarez, Y. (2005). Felix Klein y el estudio de la geometría. En Memorias del XV Encuentro de Geometría y III de Aritmética (pp. 265-277). Universidad Pedagógica Nacional: Universidad Sergio Arboleda: Sociedad Colombiana de Matemáticas.

Ministerio de Educación. (2015). Bases Curriculares 7° básico a 2° medio. Gobierno de Chile.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2017). Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias (Versión preliminar). https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISAD%20FrameworkPRELIMINARY%20version_SPANISH.pdf

Quiroga, F., Méndez, C., González, J., y Serrano, P. (2022). Evidencias de razonamiento geométrico en estudiantes de primero medio de enseñanza media en un colegio de la provincia de Concepción. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 18(64), 1-16.

Santos, J. (2023). Reivindicando la Teoría de las Situaciones Didácticas: un Paradigma de Investigación Vigente en la Didáctica de las Matemáticas. Boletín de Educación Matemática, 37(76), 625-642. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a12

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En P. Sadovsky, H. Aliaga, y A. Bressan (Eds), Reflexiones teóricas para la educación matemática (pp. 13-66). Libros del Zorzal.

9. ANEXOS

Como bien se ha expuesto, la TSD postula que los estudiantes aprenden adaptándose a un medio que presenta dificultades y discrepancias en su pensar. En consecuencia, para que ocurra el aprendizaje se debe presentar al estudiante una problemática que lo lleve a poner en juego sus conocimientos. En nuestro caso, esta consistía en la construcción de una homotecia sin hacer uso de un instrumento para medir. Así, durante la situación de aprendizaje, la docente actúa como un guía, y no otorga respuestas inmediatas a los estudiantes, sino que responde a las preguntas con cuestionamientos explícitos e implícitos que le permitan volver al problema y repensarlo, promoviendo la búsqueda de nuevas estrategias de resolución (devolución). Este panorama presentado muestra con claridad la esencia de la teoría desarrollada por Brousseau en Francia, lo cual nos lleva a reflexionar sobre las discrepancias existentes entre el contexto chileno y el francés. La gran cantidad de estudiantes por sala, los problemas disciplinares y la baja motivación entorpecen el desarrollo de la situación adidáctica, puesto que, según la teoría, son los estudiantes los responsables de llevar a cabo esta parte, sin embargo, al no tener una instrucción mecanizada que replicar (como suele ser), se desligan del problema y esperan que el profesor/a lo resuelva para luego replicarlo. Esto último escapa totalmente de los fundamentos de la TSD, pues es el docente quien expone los saberes de manera descontextualizada y poco significativa para los alumnos, en vez de construir el saber en colaboración.

a. **Conocimientos previos antes la aplicación de la secuencia didáctica**

Tabla 1

Organización de las sesiones de clases previas a la implementación de la secuencia.

	Objetivo de la clase	**Actividades**
Clase 1	Recordar los conceptos de “razón” y “proporción” y sus aplicaciones, mediante ejercicios que involucren su uso.	• Recordatorio de los conceptos de razón y proporción. • Se realizan ejercicios de cálculo del valor de una razón y ejercicios de determinación del valor de la incógnita en una proporción. • Retroalimentación de actividades.
Clase 2	Desarrollar ejercicios que involucren el uso de razones y proporciones en contextos cotidianos y geométricos.	• Resolución de problemas. • Retroalimentación de actividades.
Clase 3	Conocer el concepto de homotecia e identificar los elementos que la definen.	• Definición del concepto de homotecia como **transformación geométrica**, apoyándose en la proporcionalidad. • Definición de los elementos de la homotecia. • Determinación de la razón de homotecia a través de guía.
Clase 4	Resolver ejercicios de homotecia directa, calculando parámetros y construyendo figuras.	• Construcción de homotecias con razón de homotecia positiva. • Generalización de los casos $0<k<1$ y $k>1$.
Clase 5	Resolver ejercicios de homotecia inversa, calculando parámetros y construyendo figuras.	• Construcción de homotecias con razón de homotecia negativa. • Generalización de los casos $-1<k<0$ y $k<-1$.
Clase 6	Consolidar los aprendizajes en torno al concepto de homotecia.	• Resolución de problemas. • Retroalimentación de actividades.

Nota. Elaboración propia en base a las respuestas de los estudiantes.

b. **Guía de trabajo: Sesión 1**

I. Indique las medidas de la figura original, tanto sus lados como las distancias desde el centro de la homotecia a los vértices.

Segmento	**Medida [cms]**
OA	

II. Utilizando los datos de la tabla anterior, calcule las medidas de los lados de la figura homotética.

$k =$ ______

Segmento homotético	**Cálculo**	**Medida [cms]**
OA'		

III. Dibuje la disposición geométrica de los elementos utilizados para crear la homotecia: centro, vértices, segmento, rectas, figura original y homotética.

c. **Instrucciones previas a la situación adidáctica**

- Formar grupos de dos o cuatro personas.
- Utilizando los materiales, marca en el piso el centro de homotecia y dibuja la figura original entregada por tu profesor/a tal como se muestra en la imagen, es decir, siguiendo los márgenes establecidos. Utiliza la cartulina para indicar los nombres de cada vértice.
- A partir de la razón de homotecia indicada, construye la homotecia midiendo con la huincha cada distancia. Hazlo en colaboración con tus compañeros/as.
- En paralelo, asignen un compañero/a del grupo que anote las medidas desde el centro a los vértices de la figura original, para rellenar el Ítem I.
- Realizar los cálculos correspondientes para obtener las distancias desde el centro hasta los vértices de la figura homotética, para rellenar el Ítem II.
- Una vez terminado, usen la lana para trazar las líneas de proyección. Luego, observen su homotecia, y dibujen la disposición geométrica que obtuvieron en el Ítem III.
- Cuando hayan completado toda la guía de trabajo, llamen al profesor/a para hacer entrega de ella. Cuando se les indique, retiren el material y dejen limpio el lugar.

d. **Extracto de la transcripción de audio de la sesión 1**

Grupo A	Minuto 22:30	A1: ¿Tú crees que sí se puede? A2: Yo siento que sí, pero no sería… exacto. (Discusión inaudible) A1: Vas a poner un brazo… podemos ocupar otro modelo de referencia para la medida. A3: Los cuadrados. A2: ¡Los cuadrados! Eso.
	Minuto 39:11	Minutos más tarde… A1: Retiro todo lo dicho. A3: Sí, no, no es posible, porque como que no da la cosa. Aparte que con la razón de homotecia uno tiene que calcular, entonces uno necesita ciertos valores. Prof: Okey, escríbanlo. A1: Bien, retiramos lo dicho.
Grupo B	Minuto 42:21	Profesora se acerca al grupo para escuchar la discusión de los estudiantes. B1: Profe, hacer esto no es tan difícil tampoco. Profe: ¿Por qué? ¿Tú crees que podrían hacerlo sin regla? B2: Sí, obvio. (Se escucha un estudiante del grupo en desacuerdo) B1: Hermano, si se puede, es cosa de contar… B2: Es diferente medir centímetros a medir metros. Si tú mides con metros es mucho más fácil, porque son así… sin decimales. En cambio, si tú mides con centímetros te va a dar un número muy alto. B1: Pero sin la huincha es lo mismo, te pones acá (señala el centro), y tienes que ir contando no más (señala los cuadros). B2: A ver, dime cuántos centímetros hay de aquí hasta allá (apunta su lugar, hasta el centro O). B1: ¿Centímetros? B2: Sí, centímetros, si con eso estamos midiendo nosotros. B1: Como 50 centímetros, ¿o no? B2: Sí, pero es más o menos. No sabes cuánto. B1: Mmm, sí. Entonces no sé. Profesora (a estudiante B1): Tú habías dicho que se podía, ¿qué estabas pensando? B1: Me iba a poner acá (centro), y tirar como una línea, pero no sé dónde detenerme. Interviene otro estudiante del grupo. B3: ¿Y se puede inventar un dígito? B1 y B2: ¿Cómo? B3: Puedo poner los dedos aquí (en el dibujo de la actividad 2), y de aquí hasta aquí hay 4 dedos. B1: ¡No!

Grupo C	Minuto 46: 41	C1: Esto sí se puede hacer, con el plumón (toma un plumón del estuche). C2 y C3: ¡No! C2: Se puede con los cuadritos, nos ayudan mucho. C1: ¿Cómo los cuadritos? C3: Verificando las líneas de los cuadritos, o sea, contando los cuadritos. C2: Sí po, podemos medir esto, o sea, contar de aquí a allá (camina del centro hasta el vértice de la figura de manera horizontal), y ahí podemos tirar y encontrar el otro vértice. C3: Ah, no, no vamos a poder. No tenemos el k. C2: Sí lo tenemos, nos dan el k. C3: Acá en la hoja (señala actividad 2), no está. C1: Sí, es 2. C3: Ah, entonces sí. C2: Ya, cuenta.
Grupo D	Minuto 45:10	D1: Usé la uña. Profesora: ¿Cómo la uña? D2: Tomé como que cada cuadro era 1 centímetro, y justo coincidía con mi uña. Los conté, y tiré la línea usando un lápiz como regla.
Grupo E	Minuto 47:10	E1: Lo haríamos con pulgadas. E2: Da como tres y medio. E3: Sí, pero son cuartas. Y no es exacto. E2: ¿Y si usamos los pies? E3: O la altura de uno po, como un metro y medio.
Grupo F	Minuto 50:08	F1: Lo podemos hacer como un lápiz (pone un lápiz en las líneas de proyección). F2: No po, midiendo los cuadrados. O sea, no, calculando con los cuadrados. F1: Ah ya, de esquina a esquina, sería uno, dos, tres… F2: Pero no son exactos los cuadrados en ese caso, no se puede así, en diagonal no se puede. F1: Los contamos para allá, así (señala componente vertical). F2: Y después así (señala componente horizontal). Empiezan a probar con uno de los vértices. F3: Acá tenemos tres cuadrados (horizontal), entonces como el k es 3, tendrían que ser 9. F1: Uno, dos, tres, cuatro… (se empieza a mover mientras cuenta).

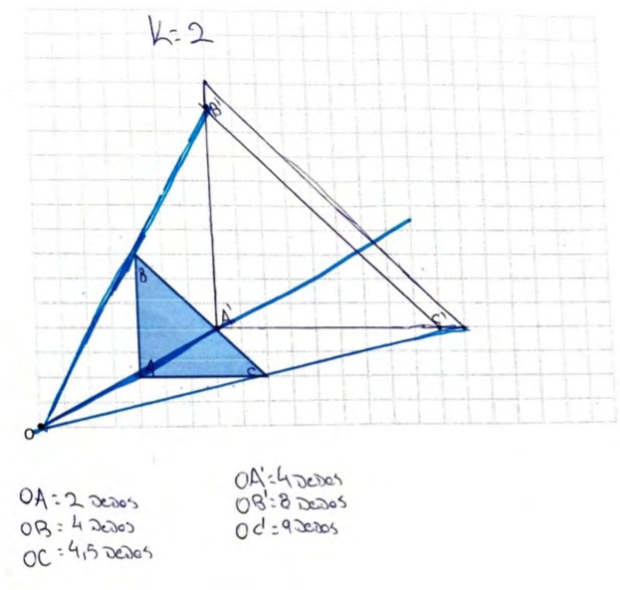
e. **Material utilizado en sesión 2 para efectuar la fase de validación**

Consideren las respuestas de estos grupos y respondan:

¿Cuál estrategia me parece la más adecuada para construir una homotecia sin usar un instrumento de medir? ¿Por qué?

GRUPO A

R: Sí es posible <u>usando los dedos o brazos</u>, según la ocasión. Dependiendo de la distancia del punto O hasta los vértices.



GRUPO B

R: Sí es posible. Podemos ocupar otro tipo de referencias para ver las distancias, pero no serían exactas. Se pueden <u>ocupar los cuadros del suelo</u>, ciertos pasos, etc.