CONSTRUCCIÓN Y DISEÑOS DE RECTÁNGULOS A PARTIR DEL PERÍMETRO Y ÁREA: UNA PROPUESTA DIDÁCTICA BASADA EN LA TEORÍA MODOS DE PENSAMIENTO

CONSTRUCTION AND DESIGN OF RECTANGLES BASED ON PERIMETER AND AREA: A DIDACTIC PROPOSAL BASED ON MODES OF THINKING THEORY

Javiera Paz Lizana Beltrán
beltranlizana@gmail.com
https://orcid.org/0009-0001-2969-1488
Licenciada; Universidad de O'Higgins
Av. Libertador Gral. Bernardo O'Higgins 611
Rancagua, Chile.

RESUMEN

El presente trabajo tiene como por objetivo diseñar una propuesta didáctica que permita el tránsito entre los distintos modos de pensar en la construcción y diseño de rectángulos a partir del perímetro y área en estudiantes de 5° básico. Para esto, la propuesta fue implementada en un colegio particular de la comuna de Machalí, aplicándose en un curso de 35 estudiantes del nivel 5° básico. Entre los principales resultados se obtuvo que, con respecto a las construcciones a partir del perímetro, prevalece un modo de pensar analítico aritmético; por otra parte, en la construcción de rectángulos dada el área, prevaleció una articulación entre el modo analítico aritmético y sintético geométrico. En ambos casos, las operaciones básicas fueron fundamental para que los y las estudiantes transitasen de un modo de pensar a otro.

Palabras clave:

Perímetro de rectángulos, Área de rectángulos, Modos de Pensamiento.

ABSTRACT

This work aims to design a didactic proposal that allows the transition between the different ways of thinking in constructing and designing rectangles based on the perimeter and area in 5th-grade students. For this, the proposal was implemented in a private school in the commune of Machali and applied to a course of 35 students at the 5th-grade level. Among the main results, it was obtained that an arithmetic analytical way of thinking prevails concerning constructions based on the perimeter. On the other hand, in the construction of rectangles given the area, an articulation between the arithmetic analytical and geometric synthetic modes prevailed. In both cases, basic operations were essential for students to transition from one way of thinking to another.

Keywords:

Perimeter of rectangles, Area of rectangles, Modes of thought.

Recibido: 23 de Febrero de 2024 Aceptado: 17 de Julio de 2024

1. INTRODUCCIÓN

Las bases curriculares de la asignatura de matemática de 1° a 6° año básico están secuenciadas en cinco ejes temáticos: número y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición y datos y probabilidades. Considerando el contexto actual, el plan curricular ha sufrido una modificación, ya que se está priorizando Objetivos de Aprendizajes a trabajar con los y las estudiantes conllevando cambios en la manera en que se lleva a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Específicamente, la enseñanza y aprendizaje del eje de medición que está directamente vinculado con la geometría, a tal punto de fusionar estas dos temáticas en los cursos posteriores a 6° año básico. El Ministerio de Educación (Mineduc, 2012a) señala en las bases curriculares de 1° a 6° año básico que “este eje pretende que los estudiantes sean capaces de identificar las características de los objetos y cuantificarlos, para poder compararlos y ordenarlos” (p. 219).

Para abordar el tema de la presente propuesta didáctica se trabajará en el eje de medición, focalizando las representaciones utilizadas por el estudiantado en la construcción de diferentes rectángulos a partir del perímetro, área o ambas para evidenciar su modo de pensamiento, en estudiantes que cursan 5° básico. Lo antes escrito está estipulado en las Bases Curriculares nacionales a través del siguiente Objetivo de Aprendizaje: “OA21 Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones” (Mineduc, 2012a, p. 249).

En los indicadores de evaluación se espera que los y las alumnas puedan dibujar rectángulos de igual perímetro y área para comprobar que entre los rectángulos de igual perímetro es el cuadrado el que tiene mayor área. Para lograr esto, el estudiantado debe desarrollar la actividad de manera colaborativa con sus pares para dar respuesta a una situación contextualizada, donde se tendrá que trabajar de manera metódica y ordenada abordando de manera flexible la solución de problemas.

El objetivo general es describir una propuesta didáctica que permita el tránsito entre los distintos modos de pensar en la construcción y diseño de rectángulos a partir del perímetro y área en estudiantes de 5° básico. Dicha propuesta está compuesta por cuatro sesiones de dos horas pedagógicas cada una.

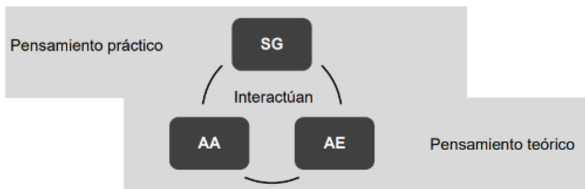
2. PROPUESTA DIDÁCTICA

2.1 Marco teórico

La propuesta didáctica está diseñada desde la Teoría Modos de Pensamiento de Sierpinska, la cual se caracteriza en el estudio de los diferentes modos en que los y las estudiantes comprenden y utilizan los conceptos matemáticos en un determinado contexto, fomentando el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico.

La Teoría Modos de Pensamiento de Sierpinska (2000) plantea la existencia de tres modos de pensamiento: el modo sintético geométrico, que está relacionado con un pensamiento práctico, y los modos analítico aritmético y analítico estructural, que lo están con un pensamiento teórico. La articulación entre estos tres modos de pensamiento facilita la comprensión profunda del objeto matemático en estudio.

Figura 1
Modos de pensar de Sierpinska en el contexto del pensamiento práctico y teórico.



Nota. Randolph y Parraguez (2019, p. 61).

El modo sintético geométrico (SG), tal como señala Astorga y Parraguez (2019), corresponde al “modo desde el pensamiento práctico, el cual describe el objeto en su forma desde la representación gráfica convencional, utilizando elementos de la geometría como puntos, líneas, curvas, planos, por mencionar algunos” (p. 45). Asimismo, Randolph y Parraguez (2019) señalan que “el modo SG usa un lenguaje geométrico teniendo visualmente puntos, líneas, planos, figuras y cuerpos geométricos; la visualización matemática juega un rol fundamental en lo que es la resolución de problemas en este modo de pensamiento” (p. 61).

Para la presente propuesta didáctica, las producciones categorizadas en este modo son aquellos registros figurales geométricos que realicen los y las estudiantes, como por ejemplo, dibujar un rectángulo para visualizar y utilizar las características de este cuadrilátero para determinar el perímetro y/o área.

Por otra parte, el modo analítico aritmético (AA) consiste en aquel "pensamiento teórico, utiliza el álgebra para describir el objeto a través de fórmulas, relaciones numéricas o ecuaciones" (Astorga y Parraguez, 2019, p. 45). En relación con lo antes mencionado, Randolph y Parraguez (2019) dicen que "el pensamiento es teórico desde el momento en que el estudiante debe interpretar los objetos a partir de ciertas relaciones numéricas o simbólicas" (p. 61). Por eso, para esta propuesta didáctica se evidenciará un modo de pensar AA cuando el estudiantado exprese relaciones numéricas o simbólicas para determinar el área y/o perímetro de los diferentes rectángulos construidos.

El modo analítico estructural (AE) es aquel que corresponde a cuando un objeto es definido por un grupo de determinadas propiedades y axiomas (Sierpinska, 2000, como se citó en Ramírez et al., 2006). En el modo de pensar AE, los objetos matemáticos son representados mediante propiedades que poseen o a través de la caracterización de axiomas (Randolph y Parraguez, 2019). Para lograr este tipo de pensamiento en la propuesta didáctica, los y las estudiantes tendrán un manejo del lenguaje algebraico acorde a su nivel para extender la estrategia utilizada para construir los diferentes rectángulos dado el perímetro y/o área a otro contexto, donde la extensión del plan involucrará propiedades y axiomas asociados a los conceptos de perímetro y área de cuadriláteros.

Finalmente, es fundamental tener en consideración lo que señalan Rueda y Parraguez (2014):

> Cada uno de los modos de pensamiento permite una mirada diferente del objeto matemático, lo cual conduce a distintas comprensiones del mismo; cada uno de ellos no constituyen etapas en el desarrollo del pensamiento algebraico, sino que por el contrario, son igualmente útiles, cada uno en su propio contexto, para propósitos específicos y sobre todo cuando están interactuando. (p. 312)

2.2 Secuencia didáctica

El propósito de esta secuencia es aportar en el desarrollo de un contenido estipulado en la Priorización Curricular de la asignatura de Matemática, y trabajar habilidades y actitudes del nivel 5° básico.

La Tabla 1 muestra los aspectos curriculares en los que se enmarca la propuesta. El Objetivo de Aprendizaje corresponde al número 21 de 5° básico, donde se potenciará la habilidad de argumentar y comunicar, manifestando un estilo de trabajo ordenado y metódico.

Tabla 1
Objetivos y actitudes curriculares abordados en la secuencia didáctica

Objetivo de Aprendizaje	OA_21 Diseñar y construir diferentes rectángulos, dados el perímetro, el área o ambos, y sacar conclusiones.
Objetivos de Habilidades	Argumentar y comunicar OA_h Documentar el procedimiento para resolver problemas, registrándolo en forma estructurada y comprensible.
Actitudes	a. Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.

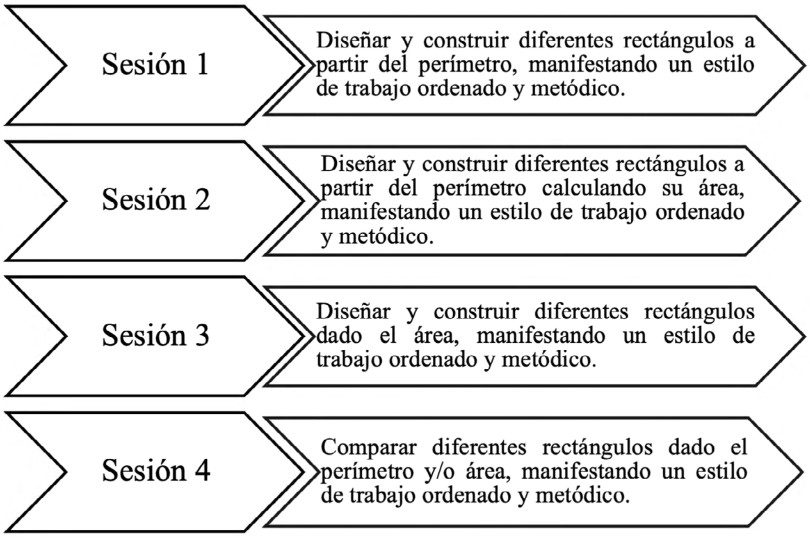
Nota. Obtenido de Mineduc (2012b, pp. 41-44).

El objetivo general es describir una propuesta didáctica que permita el tránsito entre los distintos modos de pensar en la construcción y diseño de rectángulos a partir del perímetro y área en estudiantes de 5° básico. Para lograr esto, se proponen los siguientes objetivos específicos:

I. Diseñar y aplicar actividades de aprendizaje que promuevan el tránsito entre los modos de pensamiento de la construcción y diseño de rectángulos dado el perímetro y/o área en estudiantes de 5° básico.
II. Identificar los elementos matemáticos que propician el tránsito entre los modos de pensar para la construcción de distintos rectángulos a partir del perímetro y/o área.
III. Indagar en los modos de comprender el pensamiento que prevalece en estudiantes de 5° básico para construir y diseñar diferentes rectángulos dado el perímetro y/o área.

La secuencia se propone en 4 sesiones de 2 horas pedagógicas por sesión. La Figura 2 muestra la organización de las sesiones con sus respectivos objetivos.

Figura 2
Organización de la secuencia didáctica con los objetivos asociados a cada sesión



Nota. Elaboración propia.

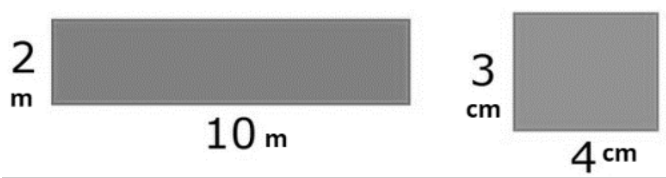
2.2.1 Sesión 1

El propósito de esta sesión es que los y las estudiantes diseñen y construyan diferentes rectángulos a partir del perímetro, manifestando un estilo de trabajo ordenado y metódico. Para lograrlo, se propone que de forma colaborativa elaboren una estrategia que les permita diseñar y construir todos los rectángulos que tengan un determinado perímetro, donde los lados sean números naturales.

Inicio. Para comenzar, se les pregunta a los y las estudiantes ¿qué es lo que recuerdan sobre lo que es el perímetro de un rectángulo? Se les pide que escriban en sus cuadernos sus ideas sobre el perímetro de un rectángulo para después compartirlas con el curso de manera voluntaria.

Se define formalmente lo que es el perímetro de una figura plana, para luego aplicar dicho concepto en los siguientes rectángulos.

Figura 3
Ejercicios propuestos por el docente en clases

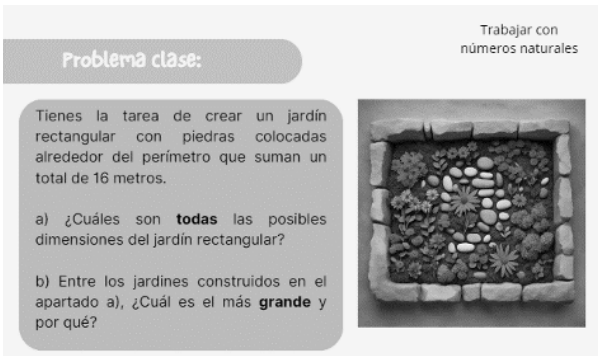


En la pizarra se registrará los diferentes cálculos que utilicen los estudiantes para determinar el perímetro de ambos rectángulos.

Desarrollo. Una vez recordado y aplicado el concepto de perímetro en rectángulos, se les pedirá a los y las estudiantes que se agrupen de 3 o 4 personas, entregándoles una hoja cuadriculada por cada grupo con el propósito de dejar por escrito todos los argumentos, cálculos y/o dibujos utilizados en el desarrollo de la actividad. Esto, con el fin de observar el modo de pensamiento que utiliza el estudiantado para diseñar y construir rectángulos dado el perímetro.

Posteriormente, se les presenta el primer problema, en el que se espera que los y las estudiantes determinen las dimensiones del jardín rectangular a partir de su perímetro, tal como se muestra en la Figura 4. Luego, tendrán que reconocer cuál de los jardines construidos es el más grande, por lo que los y las estudiantes compararán la superficie de los rectángulos. Si bien el objetivo no es trabajar con área, se busca con ello introducir este concepto para estudiarlo en la próxima sesión.

Figura 4
Problema 1: dimensiones del jardín a partir del perímetro



Nota. Elaboración propia.

En este problema son cuatro rectángulos distintos que se pueden construir y diseñar a partir del perímetro dado, por eso se les pregunta constantemente a los y las estudiantes: ¿habrá otro rectángulo que tenga perímetro 16 donde los lados sean números naturales? En caso de que hubiese un grupo que no pueda avanzar porque no encuentra otro rectángulo, se les preguntará: ¿en qué se fijaron para construir el rectángulo que tienen en su hoja?

Cierre. Para finalizar, los y las estudiantes tendrán que responder en la hoja cuadriculada entregada:

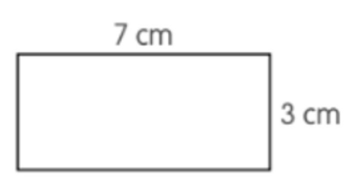
I. ¿Cuál fue la primera estrategia que pensaron? Explica.
II. ¿Todos los integrantes del grupo estuvieron de acuerdo con la primera estrategia? ¿Por qué?
III. ¿Crees que existen otras estrategias? ¿Por qué?

2.2.2 Sesión 2

El propósito de esta sesión es que los y las estudiantes profundicen el trabajo de la construcción y diseño de rectángulos dado el perímetro determinando su respectiva área, para eso tendrán que manifestar un trabajo ordenado y metódico. Para lograr esto, tendrán que utilizar una estrategia de manera individual que les permita construir y diseñar rectángulos dado el perímetro, donde sus lados sean números naturales.

Inicio. Para comenzar, se les pregunta a los y las estudiantes: ¿cómo se calcula el perímetro del siguiente rectángulo?, ¿cuánto es?

Figura 5
Rectángulo de ejemplo para recordar el cálculo del perímetro



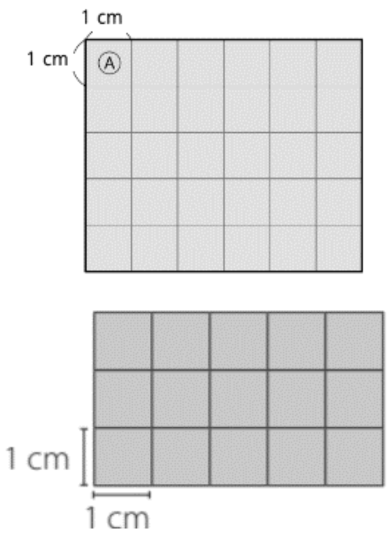
Desarrollo. A partir de las respuestas del estudiantado, se abordará nuevamente el problema de las dimensiones del jardín dado su perímetro para tener una discusión plenaria entre todo el curso. Para responder la primera pregunta, cada grupo va a exponer respondiendo cuántos rectángulos distintos hallaron y cuáles son las dimensiones de estos manteniendo el perímetro en 16 metros. Así también, cuál es la estrategia que utilizaron para hallar, construir y diseñar dichos rectángulos dado el perímetro.

Una vez que todos los grupos expongan sus resultados con respecto a la primera pregunta, se va a realizar una síntesis de las ideas centrales de manera conjunta para elaborar una estrategia que les permita diseñar y construir diferentes rectángulos dado el perímetro, con el propósito de articular los modos de pensamiento manifestados en la actividad con un modo analítico estructural e ir generando una comprensión profunda del contenido. En la pizarra se registrarán dichas ideas para que los y las estudiantes lo documenten en sus cuadernos con el propósito de que puedan construir y diseñar todos los rectángulos cuyo perímetro es 14 cm, dado que sus lados son números naturales.

Con respecto a la segunda pregunta del problema principal de la clase pasada, los grupos tenían que responder cuál de todos los rectángulos construidos y diseñados era más grande, justificando dicha respuesta. Al igual que antes, los y las estudiantes tendrán que mencionar cuál de los jardines rectangulares construidos es el más grande y por qué, esto tiene como fin introducir el concepto de área de una figura plana.

Se les preguntará a los y las estudiantes qué entienden por área de una figura plana, en la pizarra se registrarán sus ideas. Posteriormente, se aplicará este concepto determinando el área de rectángulos a partir del conteo de cuadrados unitarios para intencionar un modo de pensar sintético geométrico, tal como los que se muestran a continuación:

Figura 6
Ejemplos de rectángulos para determinar su área

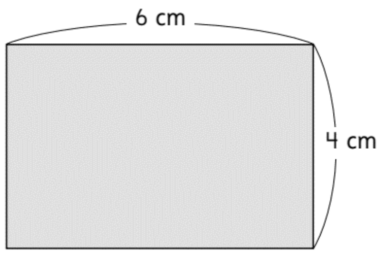


Cierre. Para finalizar, los y las estudiantes tendrán que responder en su cuaderno:

- ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?
- ¿Cómo se puede determinar el área del rectángulo? ¿Cuál es su valor?

Para esto, utilizarán el rectángulo de la Figura 7.

Figura 7
Rectángulo utilizado para la actividad de cierre de la sesión 2

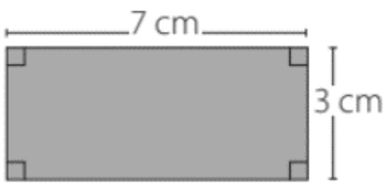


2.2.3 Sesión 3

El propósito de esta sesión es que los y las estudiantes puedan construir y diseñar distintos rectángulos dada el área. Para lograr esto, se trabajará de manera ordenada y metódica de forma colaborativa con sus pares, dejando por escrito todos los argumentos, cálculos y/o dibujos utilizados para desarrollar la actividad con el fin de visualizar su modo de pensamiento.

Inicio. Para comenzar, el estudiantado tendrá que mencionar en qué consiste el área en un rectángulo y aplicar dicho concepto en el rectángulo de la Figura 8:

Figura 8
Rectángulo utilizado para la actividad de inicio asociada a la sesión 3



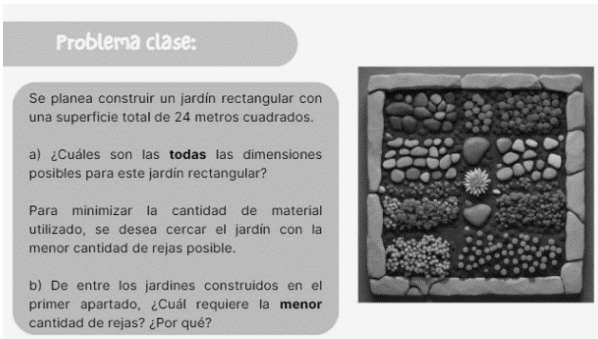
Para esto, se utiliza las siguientes preguntas orientadoras:

- ¿Qué es el área? ¿Cómo la podemos aplicar para comparar rectángulos?
- ¿Cuál es el área del rectángulo de largo 7 cm y ancho 3 cm?

Desarrollo. Una vez recordado y aplicado el concepto de área en rectángulos, se les pedirá a los y las estudiantes que se agrupen de 3 o 4 personas entregándoles una hoja cuadriculada por cada grupo con el propósito de dejar por escrito todos los argumentos, cálculos y/o dibujos utilizados en el desarrollo de la actividad. Esto, con el fin de observar el modo de pensamiento que utiliza el estudiantado para diseñar y construir rectángulos dada el área.

Posteriormente, se les presenta el segundo problema en el que se espera que los y las estudiantes determinen las dimensiones del jardín rectangular a partir de su área, tal como se muestra en la Figura 9. Luego, tendrán que reconocer cuál de los jardines construidos es el que tiene menor perímetro, por lo que los y las estudiantes compararán dicho objeto matemático para mencionar qué jardín ocupará menos metros de reja. Si bien el objetivo es diseñar y construir rectángulos dada el área, esto es para reforzar el concepto de perímetro trabajado en las sesiones pasadas.

Figura 9
Problema 2: dimensiones del jardín a partir del área



Nota. Elaboración propia.

En este problema, son cuatro los rectángulos distintos que se pueden construir y diseñar a partir del área dada, por eso se les pregunta constantemente a los y las estudiantes: ¿habrá otro rectángulo que tenga área donde los lados sean números naturales? En caso de que hubiese un grupo que no puede avanzar porque no encuentra otro rectángulo que cumpla con las condiciones entregadas, se les preguntará: ¿en qué se fijaron para construir el rectángulo que tienen en su hoja? ¿Se podrá aplicar el mismo criterio para construir otro rectángulo?

Con respecto a la segunda pregunta, esta tiene como fin que los y las estudiantes determinen el perímetro de los rectángulos construidos en el primer apartado para compararlos a partir de la longitud de su contorno. Esto es para continuar reforzando dicho concepto y que sea abordado de manera simultánea con el área.

Cierre. Para finalizar, los y las estudiantes tendrán que responder en la hoja cuadriculada entregada:

- ¿Cuál fue la primera estrategia que pensaron? Explica.
- ¿Todos los integrantes del grupo estuvieron de acuerdo con la primera estrategia? ¿Por qué?
- ¿Crees que existen otras estrategias? ¿Por qué?

2.2.4 Sesión 4

El propósito de esta sesión es que los y las estudiantes profundicen el trabajo de la construcción y diseño de rectángulos dado el área y/o perímetro, comparando dichos cuadriláteros. Para eso, tendrán que manifestar un trabajo ordenado y metódico, y deberán utilizar una estrategia de manera individual que les permita construir y diseñar rectángulos dado el perímetro y/o área, donde sus lados sean números naturales.

Inicio. Para iniciar, se va a recordar el problema del jardín 2 que se puede visualizar en la Figura 9. Para esto, se le va a preguntar al estudiantado: ¿cuál fue la estrategia inicial que consideraron para construir y diseñar los rectángulos cuya superficie total es de Posteriormente, en la pizarra se registrarán las respuestas de los y las estudiantes con el objetivo de elaborar una estrategia de manera conjunta para determinar todos los rectángulos dada un área, articulando los modos de pensar manifestados en el trabajo con un pensamiento teórico, específicamente con un analítico estructural.

Desarrollo. Una vez elaborada de manera conjunta la estrategia, se va a iniciar preguntando: ¿qué pares de números naturales tienen como producto 24?, ¿qué representan estos pares de números en el contexto? En la pizarra se va a documentar los pares de números que van señalando los estudiantes, como también se va a representar pictóricamente los rectángulos con sus respectivas medidas.

Posteriormente, se va a realizar la segunda pregunta, que consiste en comparar los rectángulos construidos y diseñados anteriormente determinando cuál es el que tiene menor perímetro. Para esto, se va a preguntar: ¿cómo podemos determinar cuál es el jardín que ocupará menor reja?, ¿por qué?

Después, los y las estudiantes tendrán que aplicar la estrategia elaborada en el inicio de la sesión. Para ello, tendrán que responder lo siguiente de manera individual en sus cuadernos:

- ¿Cuáles son las dimensiones de todos los rectángulos cuya área es donde sus lados son números naturales? ¿Cuál de ellos tiene mayor perímetro?

Asimismo, también se les pedirá lo siguiente:

- Construye y diseña todos los rectángulos donde los lados sean números naturales cuyo perímetro es: 12 cm, 20 cm y 24 cm. ¿Cuál rectángulo es el que tiene mayor superficie en cada caso?

Esta segunda pregunta tiene como propósito comprobar que, de entre los rectángulos de igual perímetro, el cuadrado tiene mayor área. Además, con esta actividad se pretende que los y las estudiantes articulen los tres modos de pensar utilizando los conceptos y estrategias discutidas en clase para lograr una comprensión profunda sobre el perímetro y área de rectángulos.

Cierre. Para finalizar la sesión, los y las estudiantes tendrán que responder dos preguntas teniendo en consideración la segunda pregunta de la actividad de desarrollo:

- A partir de los rectángulos construidos previamente, ¿qué similitud puedes observar sobre los rectángulos de mayor superficie?
- ¿Qué puedes concluir al respecto? Explica.

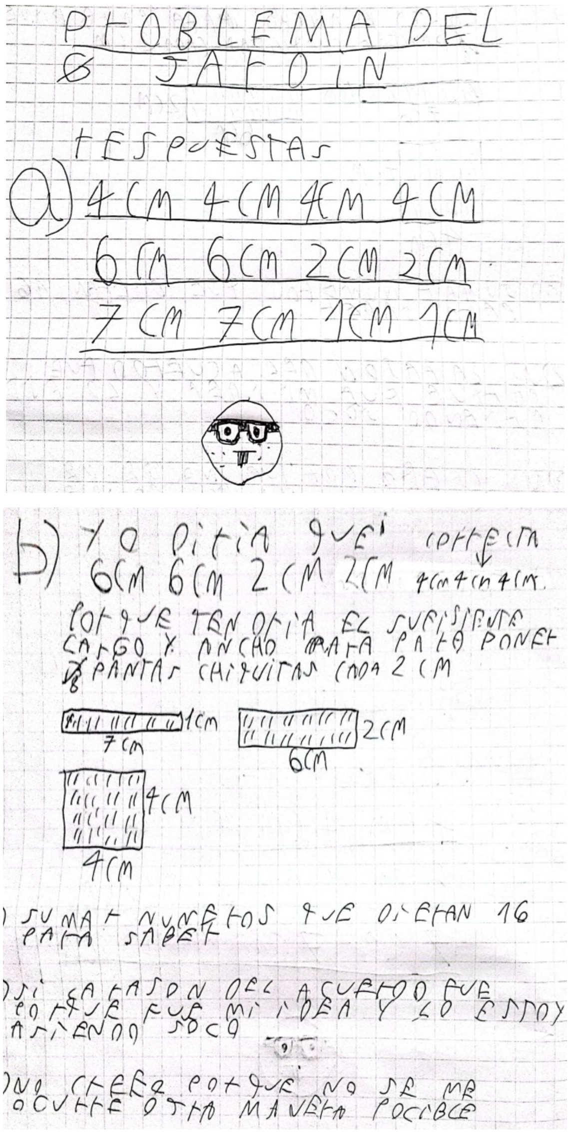
3. RESULTADOS

La propuesta didáctica fue implementada en un colegio particular de la comuna de Machalí, región del Libertador Bernardo O'Higgins, Chile. El establecimiento es mixto, imparte clases desde Prekínder hasta Cuarto Medio contando con dos cursos por nivel, a excepción de 4° básico y 5° básico que tienen un curso por nivel, donde en promedio hay 30 estudiantes por aula.

El diseño didáctico se aplicó en un curso de 35 estudiantes del nivel 5° básico, y se enmarcó en el inicio de la unidad 5 que está relacionado con el eje de Geometría y Medición: Figuras geométricas.

En la sesión 1 los y las estudiantes se enfrentaron de forma grupal al problema 1 (Figura 4) y respondieron de acuerdo con los conocimientos previos abordados en la actividad de inicio, elaborando estrategias desde el diálogo entre pares.

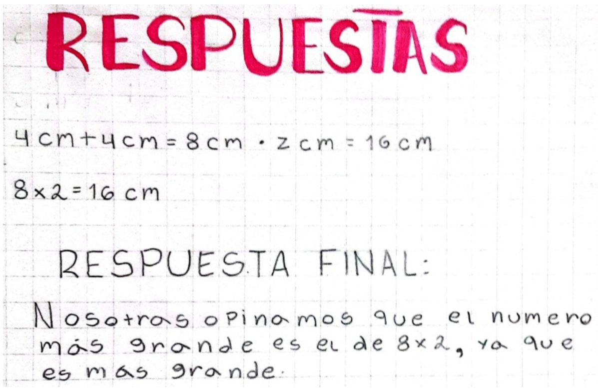
Figura 10
Producción Grupo 1 (G1)



G1 utiliza en una primera instancia un pensamiento teórico, específicamente analítico aritmético, ya que señala que la estrategia utilizada para encontrar los rectángulos fue "sumar números que dieran

16”. Al utilizar esta estrategia les permitió determinar 3 de los 4 rectángulos de perímetro 16 m, donde los lados son números naturales. Sin embargo, para determinar cuál es más grande se utiliza un pensamiento práctico, sintético geométrico, dado que representan de manera pictórica un rectángulo para contar la cantidad de cuadrados que forma el polígono, por lo cual esta estrategia les permitió responder correctamente que de los distintos rectángulos el cuadrado es el más grande, pudiendo con ello corregir su respuesta inicial.

Figura 11
Producción Grupo 2 (G2)


RESPUESTAS

4 cm + 4 cm = 8 cm · 2 cm = 16 cm

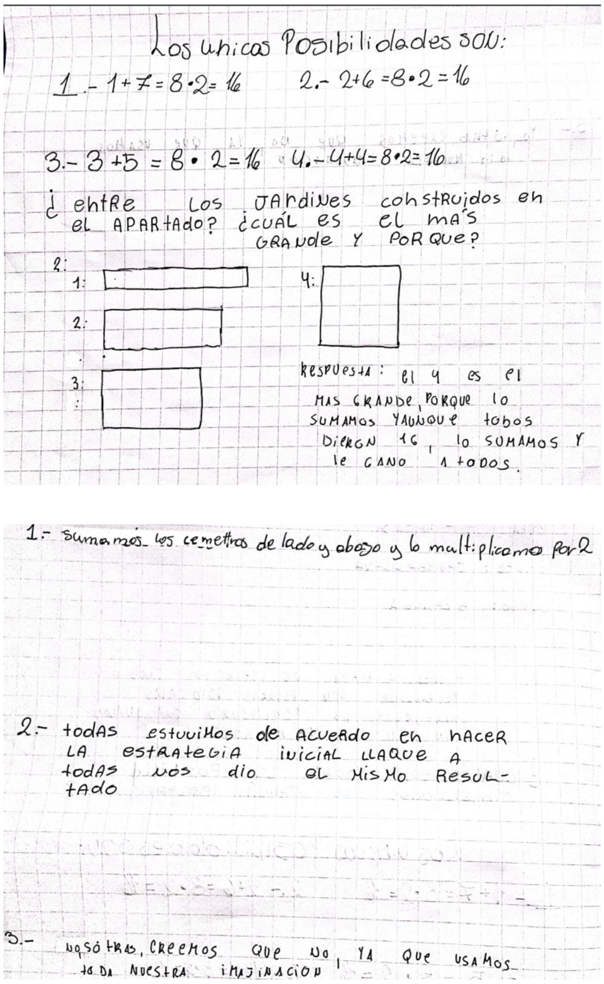
8 x 2 = 16 cm

RESPUESTA FINAL:

Nosotras opinamos que el numero más grande es el de 8 x 2, ya que es más grande.

La producción de G2 solo entrega un rectángulo que corresponde al cuadrado de lado 4 cm. Para la primera pregunta se utiliza un tratamiento numérico, relacionando esto con un modo de pensar analítico aritmético; no obstante, al responder cuál es el más grande, señalan que es el de . Hay que mencionar que este grupo no respondió las preguntas finales donde explicaban la estrategia utilizada para la construcción y diseño de rectángulos dado un perímetro.

Figura 12
Producción Grupo 3 (G3)


Los unicos Posibilidades son:

1.- 1+7 = 8·2 = 16 2.- 2+6 = 8·2 = 16

3.- 3+5 = 8·2 = 16 4.- 4+4 = 8·2 = 16

¿entre los jardines construidos en el apartado? ¿cuál es el más grande y por que?

2:

1:

2:

3:

4:

Respuesta: el 4 es el mas grande, porque lo sumamos ya aunque todos dieron 16, lo sumamos y le gano a todos.

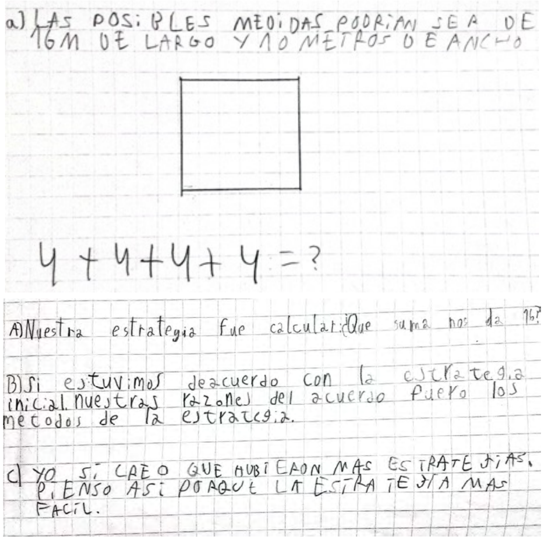
1.- Sumamos los cemetros de lado y abajo y lo multiplicamos por 2

2.- todas estuvimos de acuerdo en hacer la estrategia inicial ya que a todas nos dio el mismo resultado

3.- nosotras, creemos que no, ya que usamos toda nuestra imajinacion

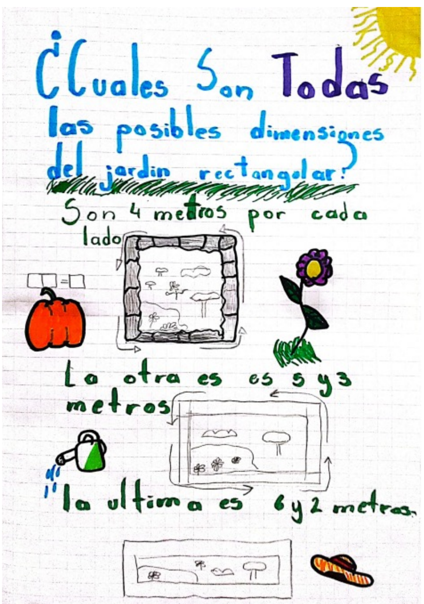
El grupo 3 comienza con un pensamiento teórico, ya que tiene un modo de pensar analítico aritmético. Esto, pues realizan tratamientos numéricos de números naturales que al sumarlos den como resultado 8, para luego multiplicarlo por 2. Lo anterior se puede evidenciar en las respuestas entregadas, dado que señalan “sumamos los centímetros de lado y abajo y lo multiplicamos por 2”. Por otra parte, para la segunda pregunta dibujan los rectángulos señalando que el cuarto rectángulo corresponde a un cuadrado, siendo este el más grande. Describen que, a pesar de tener todos el mismo perímetro, sumaron la cantidad de cuadrados unitarios dentro de cada rectángulo y el del cuadrado obtuvo la mayor cantidad; por eso, pensaron de manera práctica la segunda pregunta.

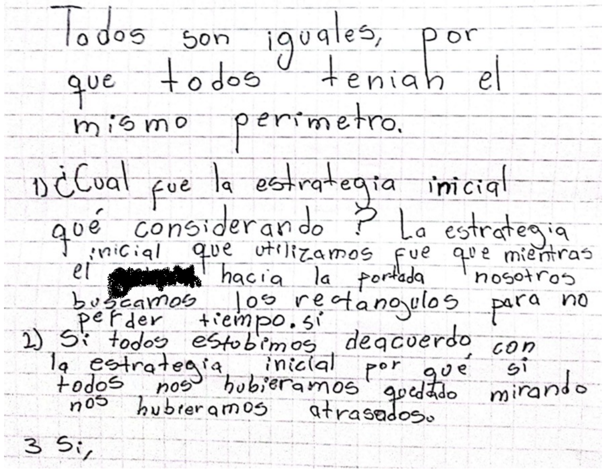
Figura 13
Producción Grupo 4 (G4)



La producción de G4 se puede observar una articulación entre el pensamiento práctico y teórico para la construcción del rectángulo de perímetro 16 m. El grupo solo logra determinar un rectángulo que es el cuadrado de lado 4, el que dibujan con sus respectivas medidas señalando que su perímetro se obtiene a través del resultado de la expresión . En este sentido, no respondieron la pregunta de cuál rectángulo es más grande debido a que su estrategia les permitió encontrar solo un rectángulo. G4 describe que su estrategia inicial fue preguntarse: "¿Qué suma nos da 16?". Además, señalan que estuvieron en desacuerdo con esta estrategia, siendo uno de los motivos por el cual no pudieron determinar todos los rectángulos.

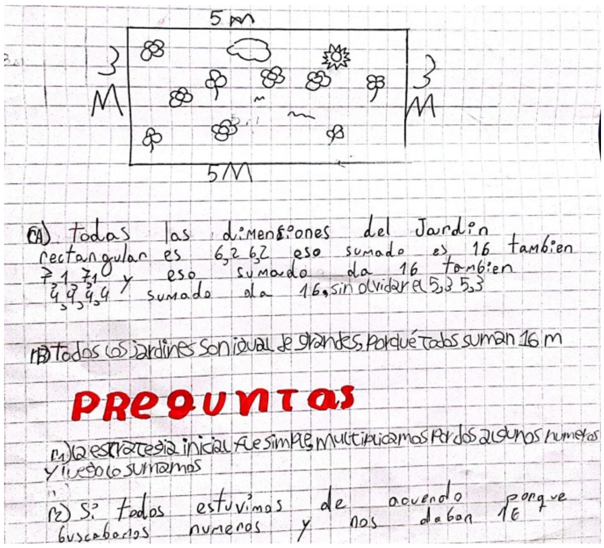
Figura 14
Producción Grupo 5 (G5)





La producción de G5 utiliza representaciones pictóricas para caracterizar los rectángulos, señalando sus respectivos lados, donde solo se puede evidenciar un modo de pensar sintético geométrico. En la descripción de su estrategia solo manifiestan la forma en la que se dividieron las tareas los integrantes del grupo. Para responder sobre cuál de los diferentes rectángulos es más grande, continuaron utilizando el perímetro señalando que son todos iguales.

Figura 15
Producción Grupo 6 (G6)



G6 en un comienzo dibuja el rectángulo de dimensiones manifestando un modo de pensar sintético geométrico, pero en la descripción de su estrategia evidencia un pensamiento teórico, específicamente analítico aritmético, puesto que escriben que "la estrategia inicial fue simple, multiplicar por dos algunos números y luego lo sumamos". Asimismo, escriben todas las dimensiones de los diferentes rectángulos cuyo perímetro es 16 m, representándolas solo de manera numérica.

El último grupo, G7, no desarrolló ninguna actividad durante la sesión.

Todas las producciones permitieron aproximar una primera estrategia inicial utilizando un modo de pensar teórico (analítico aritmético); no obstante, solo un grupo tuvo en consideración un modo de pensar geométrico para elaborar su plan de diseño y construcción dado el perímetro donde los lados son números naturales.

En la sesión 2, tras haber recordado lo que es el perímetro de una figura plana junto a su manera de calcularlo, los y las estudiantes expusieron sus estrategias para la construcción y diseño de rectángulos de perímetro 16 m, donde se llegó al consenso de la primera pregunta:

- ¿Qué suma nos da 16?
- Sumamos el largo con el ancho donde la suma es la mitad de 16, y luego multiplicamos por 2.

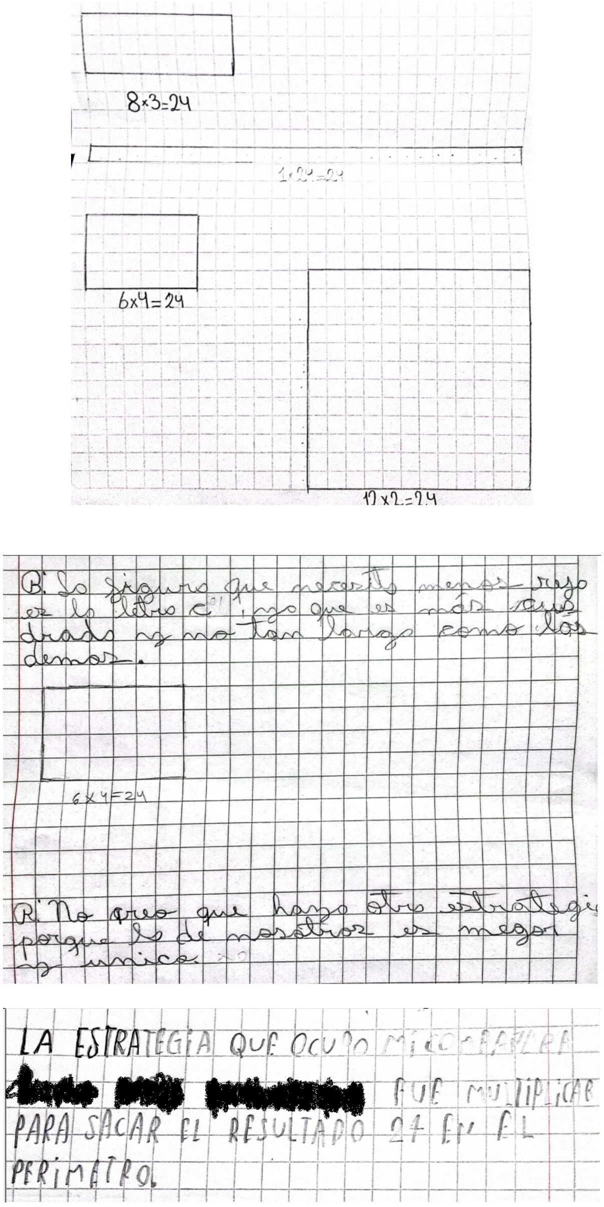
Asimismo, para que los y las estudiantes pudiesen articular lo trabajado con un modo analítico estructural, se generalizó a través de una discusión grupal a nivel de curso:

- ¿Qué suma nos da el valor del perímetro?
- Si corresponde al semiperímetro de un rectángulo, entonces y .

Posteriormente, al introducir el concepto de área de una figura plana, el estudiantado recordó lo trabajado en años anteriores, pudiendo explicar qué es el área y cómo se calcula. En los primeros ejemplos de área, los y las estudiantes articularon los tres modos de pensamiento, ya que dibujaron los rectángulos utilizando los cuadrados del cuaderno y señalaron que "hay que multiplicar el largo por el ancho para no contar todos los cuadrados dentro del rectángulo".

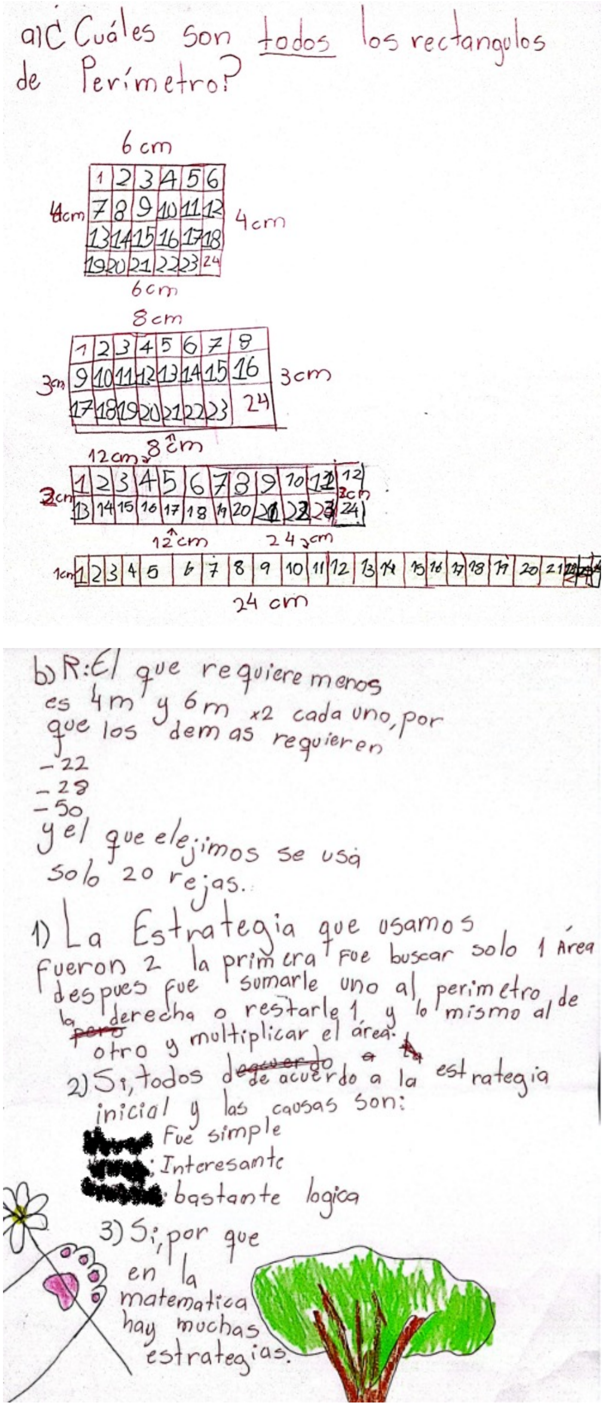
En la sesión 3, los y las estudiantes se enfrentaron de forma grupal al problema 2 (ver Figura 9) respondiendo de acuerdo con lo que sabían sobre el área de un rectángulo para elaborar estrategias desde el diálogo entre pares. Cabe mencionar que en esta clase los grupos que armaron los y las estudiantes fueron distintos a los de la sesión 1.

Figura 16
Producción Grupo A (GA)



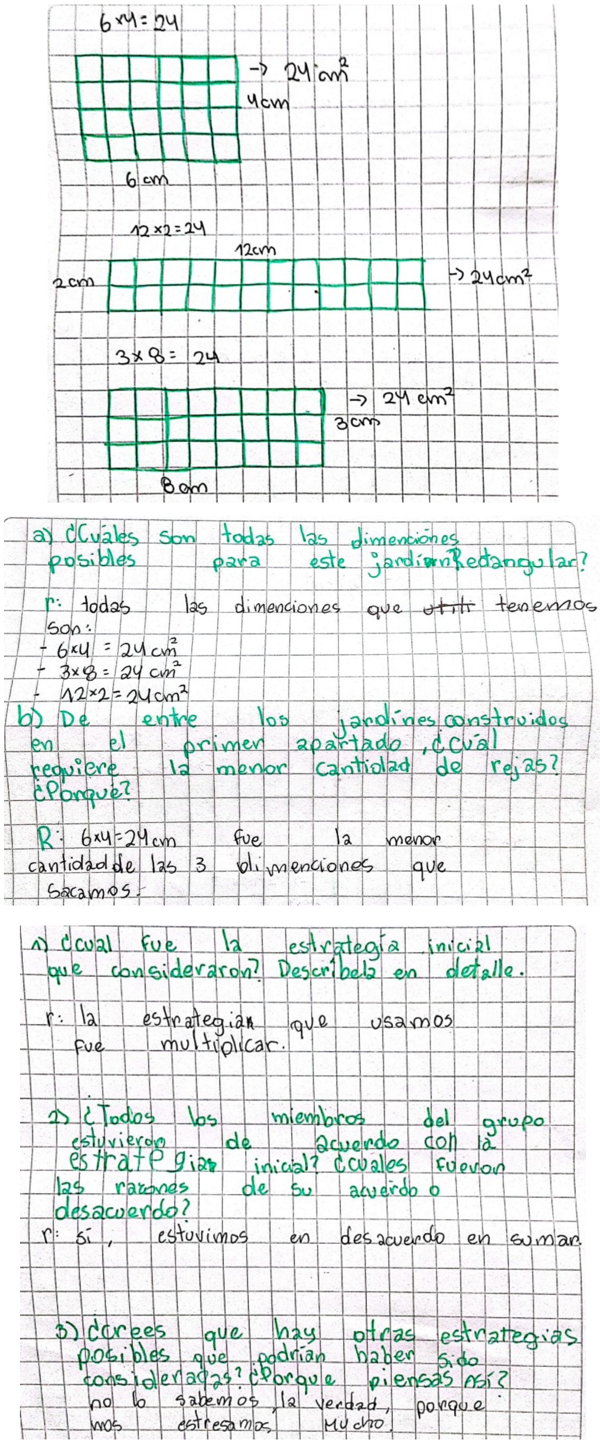
GA utilizó una estrategia que les permitió construir los cuatro rectángulos pedidos con la condición dada, señalando que su plan consistía en "multiplicar para sacar el resultado 24 en el perímetro". En la respuesta de la segunda pregunta manifiestan que el rectángulo de dimensiones tiene menor perímetro, "ya que es más cuadrado y no tan largo como los demás". Este grupo articula los tres modos de pensar, ya que utiliza un modo práctico al representar de manera figural el rectángulo, un modo teórico porque utilizan las multiplicaciones para construir los rectángulos dada el área y finalmente generalizan al señalar que el perímetro es mayor porque es más similar a un cuadrado.

Figura 17
Producción Grupo B (GB)



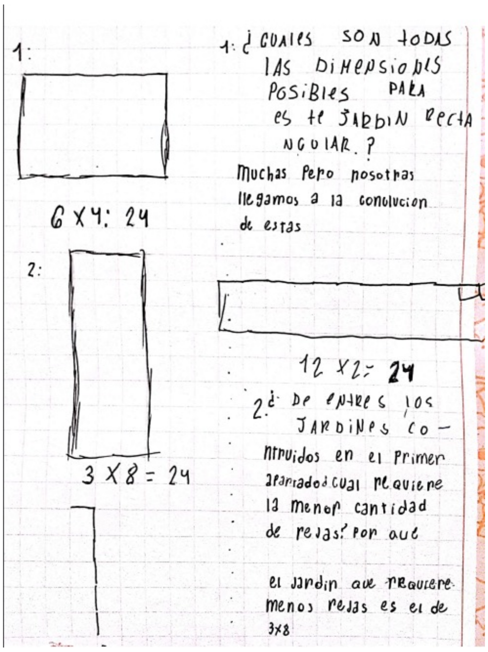
La producción de GB utilizó un registro figural de los rectángulos, incorporando la cantidad de cuadrados unitarios dentro de él a pesar de no haber utilizado una hoja cuadriculada para resolver el problema, por eso manifiestan un modo de pensar sintético geométrico. Su estrategia de “buscar solo 1 área y después fue sumarle uno al perímetro de la derecha o restarle 1 y lo mismo al otro y multiplicar el área” les permitió encontrar los cuatro rectángulos pedidos utilizando un modo analítico aritmético. Cabe mencionar que en la descripción de su estrategia hubo una confusión de conceptos, pero esto no fue impedimento para responder correctamente.

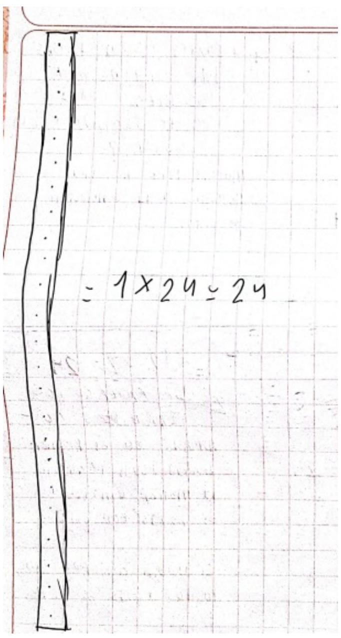
Figura 18
Producción Grupo C (GC)

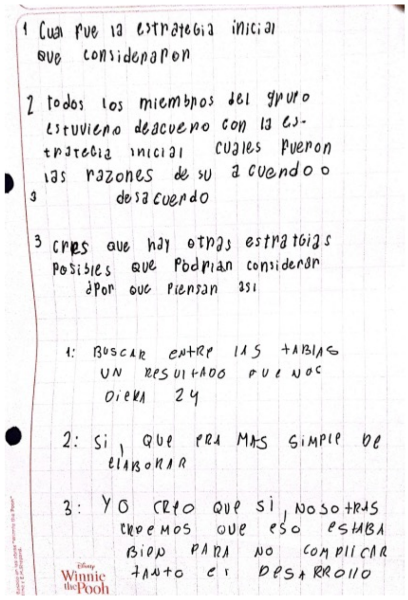


La producción de GC usó los mismos registros que los grupos anteriores, pero la estrategia de la multiplicación les permitió hallar tres de los cuatro rectángulos solicitados, pudiendo así articular el modo sintético geométrico y analítico aritmético. Pese a lograr parciales resultados, el grupo declara que se estresó mucho con la actividad, por lo que no saben si habrá otra estrategia o no para diseñar y construir los rectángulos dada el área. Además, sin inconvenientes pudieron reconocer que el rectángulo cuyas dimensiones son es aquel que tiene menor perímetro.

Figura 19
Producción Grupo D (GD)

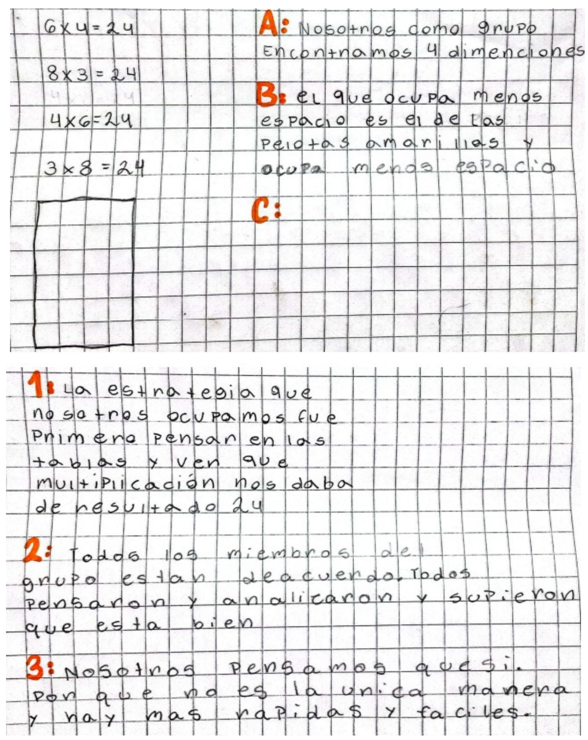






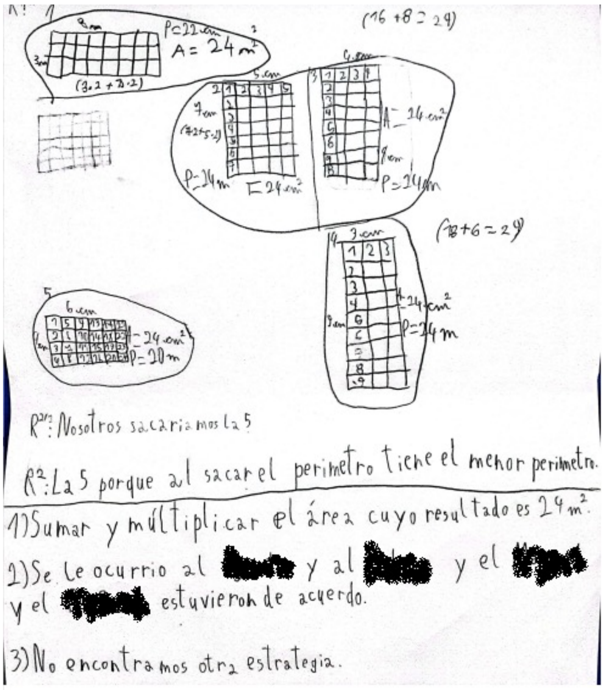
GD manifiesta un modo de pensar analítico aritmético, ya que su plan consistía en "buscar entre las tablas un resultado que nos diera 24". Una vez encontrados los números, fueron representando de manera figural y numérica los rectángulos construidos, articulando así un modo de pensar teórico y práctico para representar el objeto matemático utilizando dos registros distintos. No obstante, en la segunda pregunta señalan que el jardín con menor perímetro es el de dimensiones.

Figura 20
Producción Grupo E (GE)



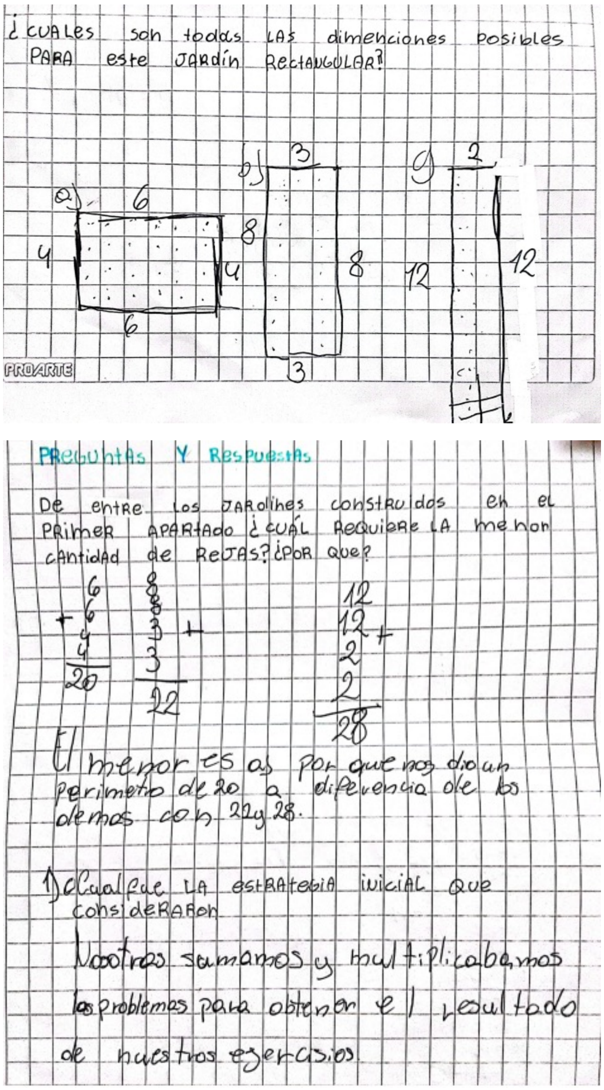
GE señala que su estrategia consistía en “primero pensar en las tablas y ver qué multiplicación nos daba de resultado 24”. Considerando lo antes dicho, encontraron cuatro rectángulos que cumplían la condición entregada, utilizando un modo de pensar analítico aritmético; sin embargo, solo representa un rectángulo de manera figural cuya dimensión es . Aunque en la respuesta para la segunda pregunta señalan que “el que ocupa menos espacio es el de las pelotas amarillas y ocupa menos espacio”, en la producción no se puede visualizar cuál es el rectángulo o las dimensiones que tienen las pelotas amarillas.

Figura 21
Producción Grupo F (GF)



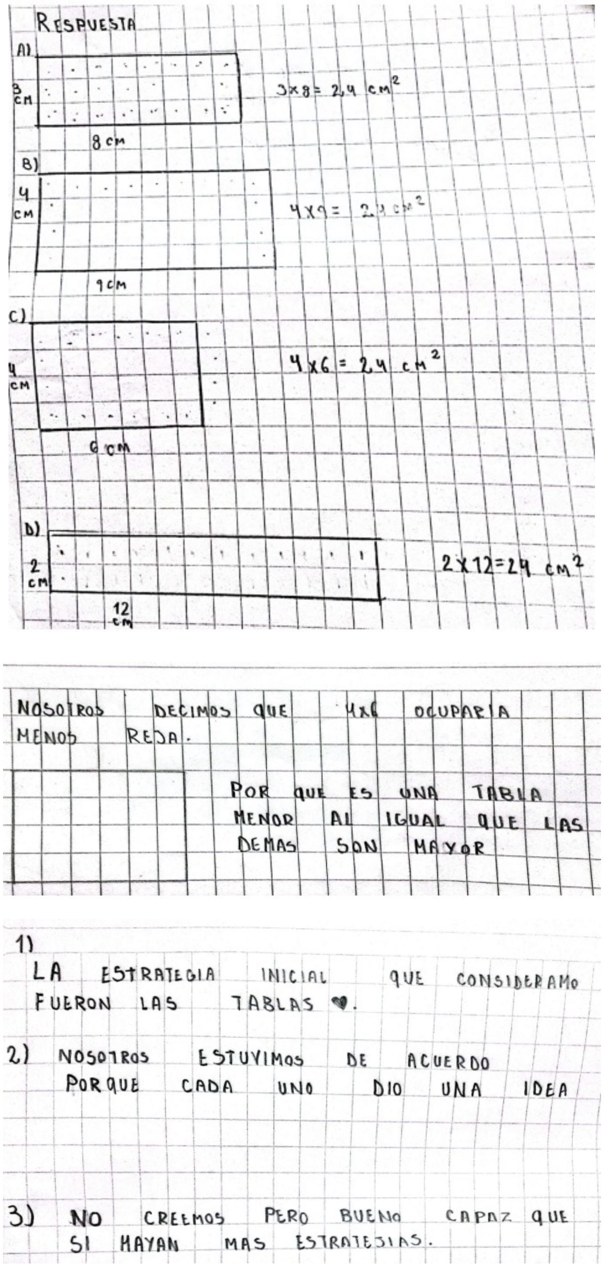
GF articula un modo de pensar sintético geométrico y analítico aritmético; sin embargo, no todos los rectángulos que construyeron cumplen la condición entregada, puesto que hay dibujos que muestran que su área es mayor de , como es el caso del rectángulo de dimensiones , y . Por eso, en la descripción de su estrategia manifiestan sumar porque estaban construyendo y diseñando los rectángulos a partir del perímetro. A pesar de haber construido los rectángulos considerando el perímetro, respondieron que el rectángulo de dimensiones es aquel que tiene menor metros de contorno.

Figura 22
Producción Grupo G (GG)



En la producción de GG se puede observar que se determinaron tres de cuatro rectángulos. En un principio manifiestan un modo de pensar práctico, sintético geométrico, ya que al dibujar los rectángulos hay un conteo de cuadrados unitarios para verificar que efectivamente la medida de la superficie fuese . Describen que “nosotros sumamos y multiplicábamos los problemas para obtener el resultado de nuestros ejercicios”, con lo descrito evidencia un modo de pensar analítico aritmético. En síntesis, los y las estudiantes de GG articulan un modo de pensar sintético geométrico con un modo analítico aritmético para resolver el problema.

Figura 23
Producción Grupo H (GH)



GH representa pictóricamente los cuatro rectángulos diferentes con las dimensiones encontradas con tal de que su área sea 24 . Los integrantes de este grupo señalan que "la estrategia inicial que consideramos fueron las tablas", entonces, a partir de esa información determinaron las dimensiones del largo y ancho para representarlos de forma geométrica. Posteriormente, dibujaron el rectángulo con menor medida utilizando los cuadrados de la hoja sin señalar la medida, por lo que se evidencia un pensamiento sintético geométrico para responder a la pregunta.

La sesión 4 tenía por objetivo comparar diferentes rectángulos dado el perímetro y/o área, los y las estudiantes expusieron brevemente las estrategias para la construcción y diseño de rectángulos de área , donde se llegó al siguiente acuerdo con respecto a la primera pregunta:

- ¿Qué pares de números naturales al multiplicarlos nos dan como producto 24?

Asimismo, para articular los modos de pensar manifestados en los y las estudiantes en el desarrollo de la actividad con el modo analítico estructural, a través de una discusión grupal a nivel de curso se estableció el siguiente plan para construir distintos rectángulos dada el área:

- ¿Qué pares de números al multiplicar nos dan como producto el valor del área?
- Donde reemplazamos el área por el valor dado según el problema.

En relación con la segunda pregunta, se le preguntó al estudiantado qué concepto tuvieron en cuenta para responder y determinar el rectángulo que ocupará la menor cantidad de rejas. Tal como se evidenciaba en las producciones de los y las estudiantes, estos utilizaron el concepto de perímetro, ya que al colocarse las rejas en los bordes del jardín rectangular se estaba calculando la longitud del contorno.

Para finalizar, hay que mencionar que no se pudieron implementar todas las tareas descritas en el desarrollo y cierre de la clase, dado que se tuvieron que realizar actividades institucionales. Por lo tanto, en esta secuencia didáctica, los y las estudiantes no alcanzaron a construir ni diseñar diferentes rectángulos dado el perímetro para comprobar que el cuadrado es aquel que tiene mayor área, aunque en la primera sesión se tuvo una primera aproximación a esta idea.

4. CONCLUSIONES

La secuencia didáctica se presentó como una propuesta basada en la Teoría de Modos de Pensamiento adecuada a estudiantes de 5° básico para indagar en los modos de comprender el pensamiento que prevalece en estos estudiantes para construir y diseñar diferentes rectángulos dado el perímetro y/o área, trabajando de manera colaborativa en grupos de 3 o 4 estudiantes.

Los resultados, en cuanto a la diversidad de producciones y estrategias elaboradas por los estudiantes, demuestran que el estudiantado piensa en un modo teórico y analítico numérico la construcción y diseño de rectángulos dado el perímetro. Para lograr una articulación con el modo analítico estructural se generalizó el plan construido utilizando un lenguaje algebraico acorde al nivel trabajo. Cabe mencionar que para responder cuál rectángulo es más grande, se tuvo que 2 de los 6 grupos lograron una articulación con el modo sintético geométrico, ya que representaron pictóricamente el rectángulo contando los cuadrados unitarios.

En relación con la construcción y diseño de rectángulos dada el área, en el desarrollo de la actividad los y las estudiantes manifiestan una articulación entre los tres modos de pensar. Con respecto al pensamiento práctico, los y las estudiantes dibujaron los rectángulos con sus respectivas dimensiones, considerando que el rectángulo se compone por cuadrados unitarios y el total de estos corresponde a la medida de la superficie. Así también, explicitaron las multiplicaciones de dos números naturales cuyo producto fuese 24, donde esto hace referencia al modo de pensar teórico, analítico aritmético. Además, para construir esta estrategia tuvieron presente la relación de esto quiere decir que manifiestan un modo de pensar analítico estructural, logrando una comprensión profunda con respecto al trabajo con áreas de rectángulo.

Sobre los elementos matemáticos que propiciaron el tránsito de un modo de pensar a otro en la construcción de rectángulos dado el perímetro, este fue la suma, ya que la estrategia que prevalecía en el estudiantado se relacionaba directamente con dicha operación, mientras que la multiplicación fue de gran relevancia en la construcción dada el área porque les permitía obtener la cantidad de cuadrados unitarios sin tener la necesidad de contar uno a uno.

Por otra parte, si bien los y las estudiantes desarrollaron estrategias para responder a lo pedido mostrando comprensión en los conceptos de perímetro y área en un determinado contexto, hay que resaltar que en la mayoría de los grupos utilizaban una unidad de medida distinta a lo que planteaba el problema, puesto que muchos respondían con o, e incluso algunos grupos no incorporaron la unidad de medida, a pesar de estar explícito en el problema que el perímetro y el área estaban entregadas en metros y metros cuadrados.

Considerando los aspectos curriculares, se espera que los y las estudiantes sean capaces de abordar de manera creativa y flexible la solución de problemas sin tener que entregarles una fórmula de manera explícita. La secuencia didáctica permitió que el estudiantado, de manera colaborativa, elaborara un plan para construir los rectángulos a partir del área y/o perímetro sin tener que el docente intervenga en esto, dado que en los textos de estudio se señalaba de manera inmediata cómo podían construir los diferentes rectángulos.

La relevancia de esta propuesta didáctica basada en la Teoría Modos de Pensamiento permitió visualizar la forma de pensar en los estudiantes de 5° básico a través de sus representaciones para resolver un problema. La manera en que el estudiantado abordó las situaciones planteadas es totalmente distinta a lo que mostraban en los textos de estudio, puesto que en estos libros predominaba un registro tabular señalando el largo, ancho, perímetro y área para la construcción y diseño de los diferentes rectángulos. Por eso, como profesores de Matemática es nuestro deber saber cómo piensan nuestros estudiantes para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje sin imponer un tipo de registro sobre otro.

Para finalizar, en cuanto a las proyecciones para esta propuesta didáctica, los conceptos de perímetro y de área pueden ser abordados en niveles superiores; por ejemplo, en Segundo medio, cuando se trabaja problemas asociados a maximizar área utilizando funciones cuadráticas, o en los cursos de educación superior, utilizando derivadas de una función cuadrática.

Referencias

Astorga, M., y Parraguez, M. (2019). Las cónicas en métricas no euclidianas: una mirada desde la teoría de los modos de pensamiento. Transformación, 15(1), 39-51.

Ministerio de Educación. (2012a). Bases Curriculares Primero a Sexto Básico. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Ministerio de Educación. (2012b). Programa de Estudio Matemática 5° Básico. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-18980_programa.pdf

Ramírez, C., Oktaç, A., y García, C. (2006). Dificultades que presentan los estudiantes en los modos geométrico y analítico de sistemas de ecuaciones lineales. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 19, 413-418.

Randolph, V. N., y Parraguez, M. C. (2019). Comprensión del sistema de los números complejos: Un estudio de caso a nivel escolar y universitario. Formación universitaria, 12(6), 57-82. https://doi.org/10.4067/S0718-50062019000600057

Rueda, K. L., y Parraguez, M. (2014). La compuesta de dos simetrías con ejes secantes, ¿es una rotación?: Una reflexión desde la teoría de los modos de pensamiento. En P. Lestón (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 309-319). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Sierpinska, A. (2000). On Some Aspects of Students' thinking in Linear Algebra. En J. L. Dorier (Ed.), The Teaching of Linear Algebra in Question (pp. 209-246). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47224-4_8